Chapitre III
Approximation des régimes quasi-stationnaires

L'électricité est connue depuis la nuit des temps avec la présence de la foudre ou l'**électrostatique** dû aux frottements. Le 1er générateur électrostatique date de 1672 par Otto de Guericke.

L'électricité sous forme de courant électrique **continu** apparaît avec l'invention de la pile électrochimique de Volta en 1800. C'est à André-Marie ……………… et son *Recueil d'observations électrodynamiques* (1822) que l'on doit tous les termes actuels comme "courant" ou "tension".

Collège (cycle 4)
- Exploiter les lois de l'électricité. Dipôles en série, dipôles en dérivation.
- Intensité qui est la même en tout point d'un circuit qui ne compte que des dipôles en série.
- Loi d'additivité des tensions (circuit à une seule maille).
- Loi d'additivité des intensités (circuit à deux mailles).
- Relation tension-courant : **loi d'Ohm**. Puissance électrique : $P = UI$.

Seconde
- Loi des nœuds. Loi des mailles.
- Exploiter la caractéristique d'un dipôle électrique : point de fonctionnement.
- **Loi d'Ohm**. Résistance et systèmes à comportement de type ohmique.

Première (spé)
- **Charge électrique**, interaction électrostatique, influence électrostatique. Porteur de charge électrique.
- Lien entre intensité d'un courant continu et débit de charges.
- Modèle d'une source réelle comme **association en série d'une source idéale et d'une résistance**.
- Puissance et énergie. Bilan de puissance dans un circuit. Effet Joule. Cas des dipôles ohmiques.

Terminale (ES)
- Utiliser les formules littérales reliant la puissance à la résistance, l'intensité et la tension
- Identifier l'influence de ces grandeurs sur l'**effet Joule**.

Terminale (spé)
- Intensité d'un courant électrique en régime variable. Relier l'intensité au débit de charges.
- Comportement capacitif. Identifier des situations variées où il y a accumulation de charges
- Modèle du condensateur ; relation entre charge et tension ; **capacité d'un condensateur**.
- Citer des ordres de grandeur de valeurs de capacités usuelles.
- Modèle du circuit RC série. Charge d'un condensateur par une source idéale de tension.
- Décharge d'un condensateur, temps caractéristique.
- Établir et résoudre l'**équation différentielle** vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur.

Grandeurs principales :

Grandeur physique	Symbole	Unité (Unité du S.I.)	Dimension	Apparition
charge électrique				2nde
intensité du courant				Cycle 4 (3ème)
tension électrique		…… ($kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$)		Cycle 4 (3ème)
résistance		…… ($kg.m^2.s^{-3}.A^{-2}$)		Cycle 4 (3ème)
capacité		…… ($kg^{-1}.m^{-2}.s^4.A^2$)		Terminale
auto-inductance		…… ($kg.m^2.s^{-2}.A^{-2}$)		New!

S.I. : T : temps, L : longueur, M : masse, I : intensité, Θ : température, N : quantité de matière

MATHS
- Equation différentielle du 1er ordre, dérivées, intégrales

I . ARQS

Lorsqu'un courant électrique est créé dans un conducteur, une onde électromagnétique dont la vitesse est proche de c se propage pour mettre en mouvement les porteurs de charges. Ces porteurs de charges sont responsables de l'intensité du courant dans un circuit. Le **temps de mise en mouvement** t_0 doit être suffisamment **..............** devant les temps caractéristiques du circuit comme une période T pour pouvoir négliger les effets complexes de la propagation (atténuation des signaux, variations dans l'espace, etc…).

Soit L la taille d'un circuit électrique alors l'onde se propage dans le circuit en $t_0 = \frac{\dots}{\dots}$

Soit un signal périodique dans le circuit : un temps caractéristique sera sa période $T = \frac{1}{f}$.

Les longueurs L des circuits vont de quelques µm pour les circuits intégrés à plusieurs kilomètres pour les lignes électriques. En classe ou en laboratoire, les fréquences f des signaux étudiées vont de 50 Hz à 1 MHz c'est-à-dire des périodes T de 1 µs à 0,02 s.

longueur du circuit L	temps t_0	fréquence du signal f	période du signal T
3 m maxi (en classe)		50 Hz (secteur)	
30 km (lignes électriques)		1 MHz (porteuse)	

Approximation des régimes quasi-stationnaires : ……<<…… **(**……<……/10**)**
L'intensité du courant est supposée identique partout dans une boucle simple.

Quels que soient les signaux étudiés en classe, on se trouve **....................** en ARQS. Même pour des lignes électriques sur 30 km, pour des fréquences faibles de 50 Hz, l'ARQS reste acceptable. Au-delà d'une certaine longueur et d'une certaine fréquence, il faut tenir compte du fait que l'intensité n'est plus la même partout dans le circuit.

Les circuits en ARQS sont quasiment figés, ils sont …………………… **.......................**
En ARQS, toutes les grandeurs ne dépendent que du temps : $q(t)$, $i(t)$, $u(t)$

II . Grandeurs fondamentales

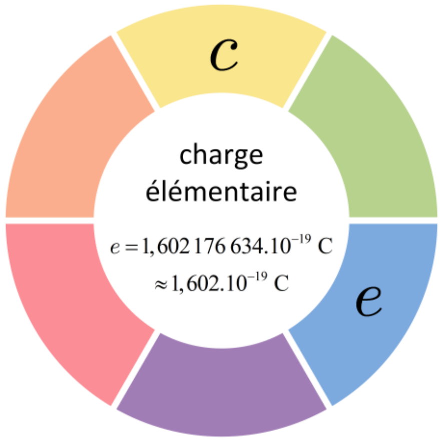
A . La charge électrique

Elle se mesure en C (Coulomb). C'est une grandeur intrinsèque à un objet chargé.

Modèle Standard de la Physique des Particules de 1977 :

nom	symbole	charge
neutron	n	$q_n = \dots$
proton	p^+	$q_p = \dots$
électron	e^-	$q_e = \dots$

avec $e = 1,602.10^{-19}$ C la charge élémentaire.



Comme tous les objets sont constitués de ces 3 particules alors la charge totale q d'un objet s'écrit :

$$q =$$

où N_n, N_p, N_e sont respectivement les nombres totaux de neutrons, protons et électrons.

On pose $N = |N_p - N_e|$ le nombre de charges excédentaires alors $q = \pm Ne$. (⚠ au signe !)

Il est possible de retrouver N connaissant q (utile pour les semi-conducteurs) : $N = \dfrac{|q|}{e}$.

La charge totale d'un système est forcément un ...., elle ne peut prendre que des valeurs discrètes, elle est donc **..................**, le *quantum* étant e. A l'échelle macroscopique, les variations de charge q d'un e à un autre paraissent infimes de sorte que l'on considère la charge comme une fonction **continue** du temps : $q(t)$.

B . L'intensité du courant

L'**intensité du courant** est

....

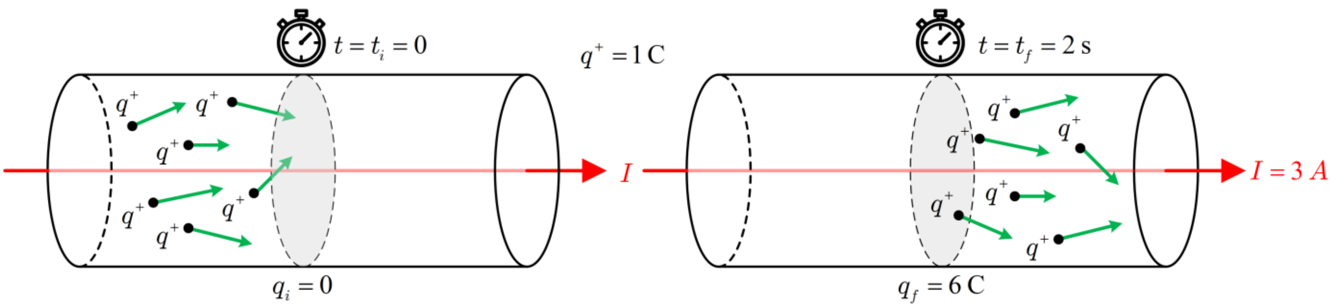
à travers la **section** d'un conducteur :

$$\boxed{i(t) = \qquad\qquad}$$

Simplicius : i est la dérivée de q donc $i = q'(t)$.

Salviati : Oui, bien sûr, mais il faut petit à petit éviter l'utilisation du prime de Lagrange car on pourrait avoir une autre charge q'. Par ailleurs, on écrira $i = q'$ ou $i(t) = q'(t)$: soit on met la parenthèse t pour toute grandeur dépendant du temps, soit on ne la met pas.

Une **section** est une surface limitée par un cercle ou une ellipse : la coupe d'un fil électrique par exemple. L'intensité est le comptage du nombre de charges qui passent à travers une section pendant une seconde (6C pendant 2s donne 3A).



➢ Pour une intensité **constante** I, on aura alors $q(t) =$

Pour 2 charges q_1 et q_2 : $q_1 =$ et $q_2 =$ d'où : $\Delta q =$

Donc $\boxed{I = \quad}$ Si $q_1 = N_1 e$ et $q_2 = N_2 e$ alors $\Delta q = e\Delta N$ et $I =$

➢ Pour une intensité **variable** $i(t)$, on aura $q(t) = eN(t) \Rightarrow i(t) = eN'(t)$ avec $N(t)$ le nombre de charges excédentaires. Considérer N comme une **............................** du temps peut être curieux à première vue car les variations de N correspondent au rajout ou au retrait d'une charge mais ces variations sont .... à l'échelle macroscopique.

Salviati : Attention à l'adjectif "continu" entre les maths et l'électricité, en maths, on parle d'une fonction continue comme une fonction qui prend toutes les valeurs possibles sur un intervalle, en électricité, un régime continu signifie régime constant.

➢ ***Ordre de grandeurs d'intensités : (unité mieux adaptée : mA)***

seuil de perception humain	
mesures en classe	
seuil de dangerosité (électrocution)	
production à la centrale de Penly (Dieppe)	

C . La tension électrique

La tension électrique est la cause du mouvement des particules chargées.

Le générateur crée une **tension** u qui engendre un champ électrique $\vec{E}$ ce qui met en mouvement les charges et produit un **courant** électrique i.

Entre 2 points A et B d'un circuit, la tension u_{AB} s'écrit :

$$\boxed{u_{AB} = V_A - V_B}$$

où V_A, V_B sont appelés **potentiels électriques** des points A et B et s'expriment en V.

Une tension est donc une **différence de potentiels** entre 2 points (u pour unterschied).

Pour un interrupteur fermé (ou fil), le courant passe et le potentiel n'est pas modifié sur toute sa longueur, les potentiels aux points A et B sont égaux : $V_A = V_B$ donc $u_{AB} = 0$.

Pour un interrupteur ouvert (ou trou), le courant ne peut pas passer donc l'intensité est nulle $i = 0$ mais le potentiel peut tout à fait être différent d'un côté à l'autre $u_{AB} \neq 0$.

Le potentiel électrique V étant toujours défini à une constante près, on fixe comme référence $V=0$ **la masse du circuit ou la terre**.

Salviati : On peut comparer V qui dépend de la position dans le circuit à l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP} qui dépend de l'altitude.

symboles
masse
terre

➢ ***Ordre de grandeurs de tensions : (unité adaptée)***

tension d'une pile AAA ou AA	
mesures en classe	
tension des prises de courant (secteur)	
lignes haute tension	

III . Conventions, vocabulaire

Les grandeurs .... sont notées en majuscules : Q, I, U, E.

Les grandeurs .... sont notées en minuscules : $q(t), i(t), u(t), e(t)$.

A . Le circuit électrique

Dans un circuit, on schématise **au crayon** tous les dipôles par des symboles normalisés et on les relie par des segments **à la règle** qui représentent les fils ou les couches imprimées.

Un **point du circuit** est une position dans le circuit (*ex :* A, B, C, etc…).

Un .... est un point du circuit relié à .... (*ex :* … et … sont des nœuds mais pas …, …, …, … reliés à seulement 2 dipôles). Il faut remarquer que dans l'exemple, $V_{...}=V_{...}$ car il n'y a pas de dipôle entre … et …, ces 2 points sont **électriquement équivalents** et ils peuvent être considérés comme le même nœud, $u_{......}=0$.

En terme de potentiel, on remarque que $V_P - V_N =$ $\Leftrightarrow$

Une **maille** est une boucle fermée dans le circuit (*ex :* … mailles : ....).

Salviati : Le sens du courant n'est pas forcément fixé au départ, il faut parfois en choisir un. En général, les conventions respectent le fait que les charges positives vont dans le même sens que le courant et les charges négatives comme les électrons en sens inverse.

A . Les générateurs

Les générateurs peuvent générer une tension variable ou non (piles, GBF, etc…) ou une intensité variable ou non (dynamos, alternateurs, etc…).

convention générateur

Convention générateur :

Dans un générateur, le courant va du potentiel le plus faible au potentiel le plus fort. Le sens du courant est dans le même sens que celui de la tension : flèches dans le même sens.

Par exemple, pour une résistance, $\ldots = \ldots\ldots$ (convention à éviter pour R !)

B . Les récepteurs

Les récepteurs reçoivent le courant et le transforme (amplification, atténuation, retard, etc…). Il existe des récepteurs passifs (lampes, diodes, résistors, condensateurs, bobines, etc…) et des récepteurs actifs (amplificateurs opérationnels, transistors, etc…).

convention récepteur

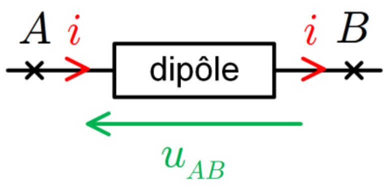
Convention récepteur :

Dans un récepteur, le courant va du potentiel le plus fort au potentiel le plus faible. Le sens du courant est dans le sens inverse de celui de la tension : flèches en sens opposé.

Par exemple, pour une résistance, $\ldots = \ldots\ldots$ (convention à utiliser pour R !)

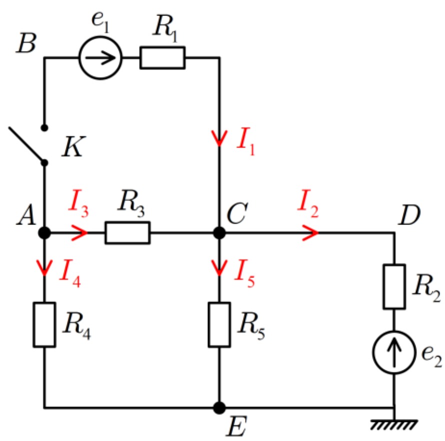
On utilise ……………………………………………………………………………………… ……………………………………… afin que les tensions et intensités soient positives.

IV . Lois fondamentales



A . Homogénéité du courant

Dans le cadre de l'ARQS, il n'y a pas d'accumulation ou de perte de charge dans un dipôle du circuit donc à l'entrée et à la sortie d'un dipôle, l'intensité reste **la même**, y compris d'un bout à l'autre d'un fil électrique : $i_A(t) = i_B(t) = i(t)$.



A . Loi de Kirchhoff (1845)

1 . Loi des nœuds

Exemple : Compter les courants sur la figure ci-contre :

Au nœud A, … courant entrant, … sortant : $0 =$

Au nœud C, … entrant, … courants sortant : $\ldots + \ldots = \ldots + \ldots$

Au nœud E, … courants entrant, … sortant : $\qquad = 0$

La somme des courants entrant dans un nœud est égale à la somme des courants sortant du nœud : $\sum i_{\text{entrant}}(t) = \sum i_{\text{sortant}}(t)$

Cette loi est basée sur la conservation de la charge. Il n'y a pas d'accumulation ou de perte de charge dans un nœud donc $q_{\text{entrant}}(t) = q_{\text{sortant}}(t)$ et par dérivation, on obtient la loi.

2 . Loi des mailles (conservation de l'énergie)

Méthode à suivre :

1) On représente les .... dans chaque boucle du circuit.
2) On représente les .... de chaque dipôle selon la convention générateur ou récepteur.
   a) .... dans le sens du courant
   b) .... dans le sens opposé au courant (pour une résistance : $u = Ri$)
3) On choisit un .... dans la maille étudiée (horaire ou trigonométrique)
4) On compte positivement les tensions dans le .... et négativement les autres.

Exemples avec le circuit en bas de la page 6 :

Trouver I_1 dans la maille ABCA :

Trouver e_2 dans la maille ACDEA :

..
$\sum_k ....= 0$ **où** $\varepsilon_k = \pm 1$ **selon le sens de parcours d'une maille**

Simplicius : On applique l'étape 4 de la méthode, c'est ça la loi des mailles.
Sagredo : Il faut suivre la méthode étape par étape et il y a 3 étapes à suivre avant la 4.
Salviati : L'important dans la loi des mailles sont les étapes 1 à 3. Si on se précipite à écrire somme des tensions égale à zéro qui est l'étape 4, on risque de faire des erreurs.
Cette loi est basée sur la conservation de l'énergie en ARQS, une charge qui parcourt une maille entièrement doit retrouver l'énergie qu'elle avait au départ. Une autre manière de voir cette conservation est d'écrire la définition de u_{AA} à partir du schéma ci-dessus :

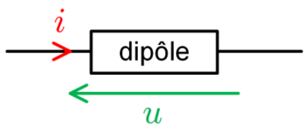
$u_{AA} = V_A - V_A =$

$=$ $\qquad\qquad\qquad$ $=$ $\boxed{\qquad\qquad\qquad = 0}$ car u_{EA} est en convention générateur pour R_4

V . Les dipôles usuels

Les dipôles étudiés ici sont **passifs** c'est-à-dire qu'ils ne peuvent pas produire de l'énergie, ils ne peuvent que l'entretenir ou la dissiper par effet Joule. Dans l'ARQS, ces dipôles sont .... car les grandeurs associées sont .... entre elles.

convention récepteur



A . La résistance (d'un résistor)

1 . Notions élémentaires

Le résistor (ou la résistance) est un dipôle électrique utilisé pour réduire l'intensité du circuit ou produire de la chaleur (effet Joule). En 1827, Ohm montre qu'il existe une relation **linéaire** entre la tension à ses bornes et l'intensité du courant sont telles que :

$$\boxed{u_R(t) \underset{\text{loi linéaire}}{=} R\,i(t)}$$ (loi d'Ohm en convention **récepteur**, 1827)

@Simplicius La loi d'Ohm n'est **vraie** que pour les résistances, elle est **fausse** pour n'importe quel autre composant électrique (condensateur, bobine, diode, etc…).

Culture scientifique : Un abus de langage français

Dans les pays francophones, un abus de langage est fait entre le composant électrique placé dans un circuit appelé abusivement "résistance" et la valeur qui lui est associée R appelée correctement "résistance". Dans les pays anglophones, cet abus de langage n'a pas lieu, le composant électrique est bien un "résistor" et la valeur qui lui est associée R en Ω est sa "résistance". Cet abus sera fait très souvent dans la suite du cours.

2 . La puissance électrique

C'est la dérivée de l'énergie par rapport au temps : $\boxed{p(t) = \dot{E}(t) = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots}}$ (en W)

En électricité, c'est le produit de la tension par l'intensité : $\boxed{p(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$

Lorsqu'un courant traverse un conducteur, les électrons qui transportent l'information électrique sont gênés dans leurs déplacements par les atomes du conducteur auxquelles ils sont liés. Comme les frottements, ces interactions conduisent à la production de chaleur, c'est **………………** Plus R est grand, plus l'énergie perdue par effet Joule W_R est grande.

$$\boxed{p_R(t) = u_R(t)\,i(t) = R\,i^2(t)}$$ (puissance par ……………………, 1860)

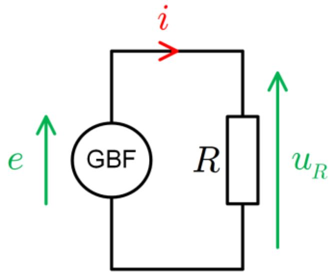
La puissance étant la dérivée de l'énergie : $p_R(t) =$ $\Leftrightarrow$ $\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

On intègre sur une durée $\Delta t = t_2 - t_1$: $W_R =$

Si le courant est **continu**, $i(t) = cste = I$ alors $W_R =$

Salviati : Dans les exercices d'électricité, le courant est rarement continu mais il l'est souvent en thermodynamique, ce petit calcul peut être utile mais pas pour tout de suite.

La puissance moyenne d'une résistance en régime périodique s'écrit :



$\langle p_R \rangle =$

On considère un circuit simple ci-contre avec un générateur de tension périodique $e(t)$ et une résistance R.

La loi des mailles et la loi d'Ohm donne :

Soit E_{eff} la tension efficace du générateur alors $I_{\text{eff}} = \dfrac{E_{\text{eff}}}{R}$ d'où $\langle p_R \rangle =$

En régime **variable**, un voltmètre mesure les tensions efficaces et un ampèremètre les intensités efficaces. En mesurant la tension E_{eff} aux bornes du générateur ou en mesurant l'intensité I_{eff} du circuit, on peut accéder à la puissance moyenne par effet Joule.

D'après page 18 du chapitre II, si $e(t) = E_0 + \sum_{n=1} E_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$ alors $E_{\text{eff}}{}^2 =$

Donc la puissance moyenne s'écrit : $\langle p_R \rangle =$

La puissance moyenne dissipée par la résistance est la somme des puissances dissipées par chaque composante : par la composante continue E_0 et par toutes les composantes spectrales E_n associées à un cosinus. Cela donne encore plus de sens à l'étude des signaux sinusoïdaux et rend la **valeur efficace** très utile en théorie comme en pratique.

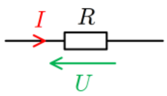
3 . Association de 2 résistances en série

Soit R la résistance **équivalente** à l'ensemble $\{R_1, R_2\}$.

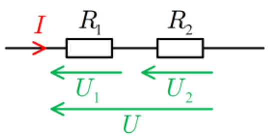
La loi d'Ohm donne : $U_1 = \ldots\ldots,\quad U_2 = \ldots\ldots,\quad U = \ldots\ldots.$

La loi des mailles donne : $U = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Par identification entre les 2 lois : $\boxed{R = \ldots\ldots\ldots}$



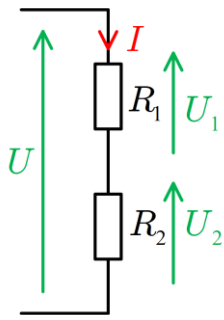
Les résistances en série .... sur une même boucle de courant.



➢ **Une formule bien utile :**

or $U_1 = R_1 I$ et $U_2 = R_2 I$ donc :

Pont diviseur de tension : $\boxed{\quad\quad \text{et} \quad\quad}$



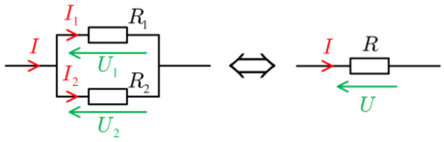
Connaissant une des tensions, on trouve les autres par cette relation.
Les trois schémas sur la droite sont **équivalents**.

4 . Association de 2 résistances en parallèle

Soit R la résistance **équivalente** à l'ensemble $\{R_1, R_2\}$.

Les tensions U, U_1 et U_2 sont **……………..** car les nœuds de départ et d'arrivée des tensions sont les mêmes : $\ldots = \ldots = \ldots$

- La loi de la maille avec R_1 et R_2 donne :
- La loi d'Ohm donne : $U = \ldots\ldots$, $U = \ldots\ldots$, $U = \ldots\ldots$
- La loi des nœuds donne : $\ldots = \ldots + \ldots \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots}$



En simplifiant par U, on obtient :

$\boxed{\quad\quad}$ équivalent à $\boxed{R =\quad\quad}$ (2 résistances)

Les inverses des résistances en parallèle ………………… ⚠ A gauche, c'est $1/R$ et pas R.

- **Une formule moins utile :**

On a donc $U =$ or $U = \ldots\ldots$ et $U = \ldots\ldots$ donc par identification :

Pont diviseur de courant : $\boxed{\quad\quad \text{et} \quad\quad}$

Salviati : Les relations ressemblent à celles du pont diviseur de tension à la différence que ce sont des intensités et surtout que les indices des numérateurs sont **inversés**.

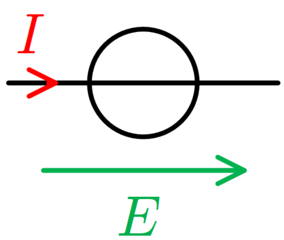
- ***Ordre de grandeurs de résistances*** R ***: (unité adaptée)***

résistance interne d'une pile AAA	
utilisés en classe	
résistance interne d'un GBF	
résistance interne d'une pile Daniell ($Zn/Zn^{2+}//Cu^{2+}/Cu$)	

5 . Représentation de Thévenin (1883)

Tous les dipôles dissipent de l'énergie par effet Joule, en particulier les générateurs, ils possèdent donc tous une résistance interne mais pour certains, celle-ci est négligeable.

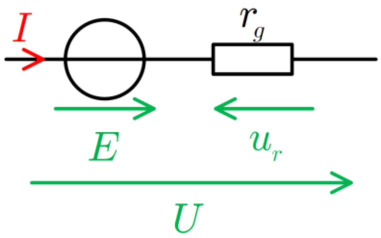
- Une **…………………..** de tension est un générateur qui produit une tension fixe sans perte due à son **propre** fonctionnement.



La tension à ses bornes est appelée **force électromotrice** qu'on nomme E en régime continu et $e(t)$ en régime variable.

- Une **……………………..** de tension (source réelle) est un générateur qui produit une tension avec des pertes par effet Joule due à son **propre** fonctionnement.

Lorsqu'un courant important est créé, la résistance d'un générateur va dissiper de l'énergie sous forme de chaleur c'est pour cette raison que les générateurs réels chauffent naturellement lorsque leurs efforts sont trop longs ou qu'on leur demande une tension trop importante. ***Schématisation :***



En 1883, Thévenin propose de modéliser cette source non idéale qui délivre une tension U par une source idéale de tension E et **une résistance interne** r_g.

En convention générateur, la résistance interne fait diminuer la tension du générateur :

$U = \ldots\ldots\ldots\ldots$ $\Leftrightarrow$ $\boxed{U = \quad\quad\quad}$ (représentation de Thévenin)

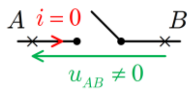
B . La capacité (d'un condensateur)

Un condensateur est un dipôle passif constitué de 2 **armatures** conductrices séparées par un isolant appelé **diélectrique**. On modélise souvent les armatures par des plaques planes parallèles séparées par de l'air ou du vide.

1 . Notions élémentaires

En régime **permanent** ou à basse fréquence, le condensateur bloque le passage du courant, les charges positives $+Q$ s'accumulant sur une armature et les charges négatives $-Q$ s'accumulant sur l'autre armature.

Il se comporte comme un interrupteur ………………



En régime **variable**, le condensateur reste un dipôle **linéaire**.

En convention récepteur, la charge du condensateur $q(t)$ est proportionnelle à la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$:

$$\ldots\ldots \underset{\text{loi linéaire}}{=} \ldots\ldots\ldots \quad \Rightarrow \quad i_C(t) =$$

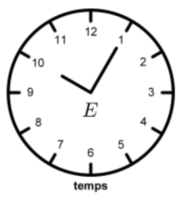
➢ ***Notation de Newton :*** $i_C = \ldots = \ldots$ où C est la **capacité** du condensateur en **F** (Farad).

➢ ***Approche énergétique :***

La puissance électrique $p_C(t)$ s'écrit : $p_C(t) =$

Rappel d'une fonction composée : Soit la fonction $f(u(x))$, sa dérivée est : $u'(x) \times f'(u(x))$

fonction f	**dérivée** $u' \times f'$
u^2	
$\frac{1}{2}u^2 = \frac{u^2}{2}$	



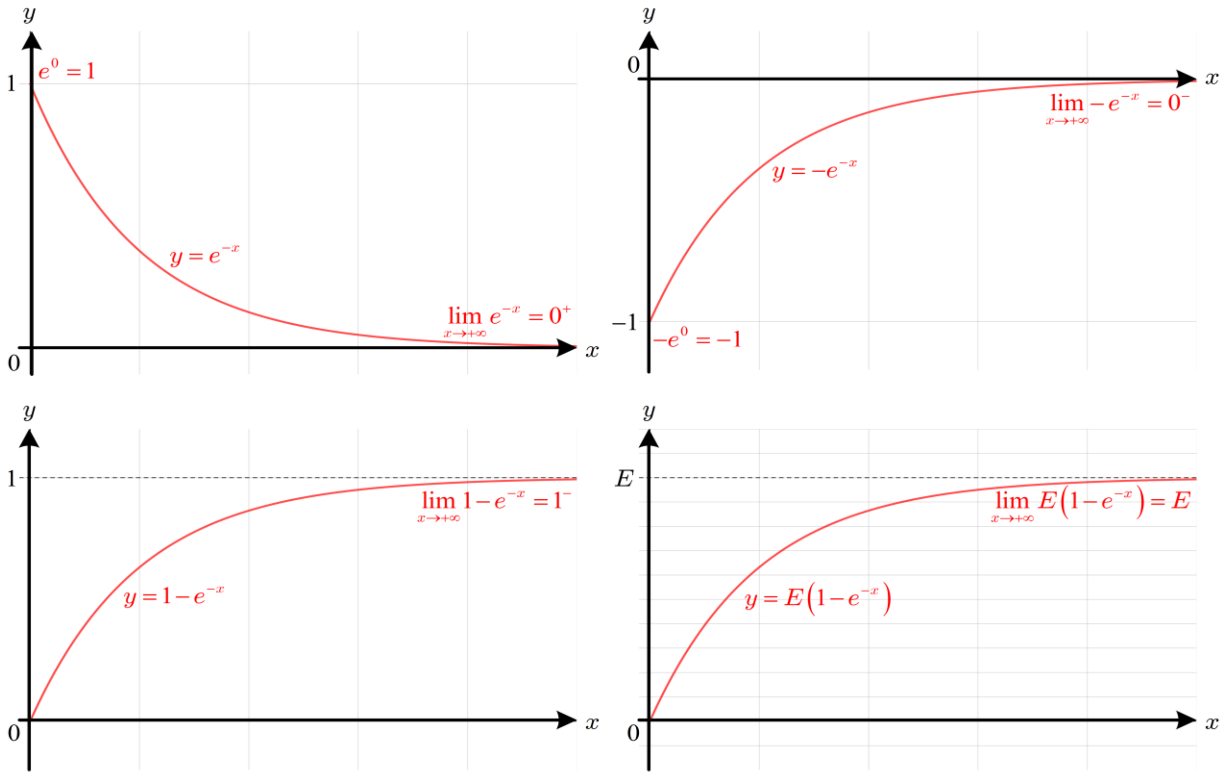
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}u_C^2(t)\right)= \qquad\qquad\qquad \text{donc } p_C(t)=$$

Le condensateur stocke de l'énergie notée $E_C(t)$ (charges accumulées sur les armatures).

Et comme $p_C(t)=\dfrac{dE_C(t)}{dt}$ alors par identification : $\boxed{E_C(t)= \qquad\qquad}$

Plus C est grand, plus l'énergie stockée par le condensateur à l'instant t est .... donc C est la capacité d'un condensateur à .... En convention récepteur, cette énergie est strictement positive $(C>0)$ c'est-à-dire qu'elle est reçue du générateur par le condensateur puis restituée au circuit et enfin, dissipée par une résistance.

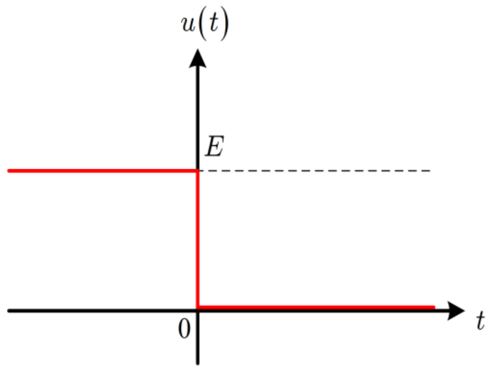
➢ ***Un point sur les exponentielles :***



2 . Régime libre d'un circuit RC

Objectif : Comprendre le comportement d'un condensateur au cours du temps.

1) Schématiser le circuit RC



Ce circuit est un modèle **théorique** car 1) le circuit est en ARQS, 2) le générateur est une source idéale, 3) le condensateur est idéal *i.e.* sans perte *i.e.* sans résistance interne.
A l'instant initial $t=0$, le condensateur est **chargé** *i.e.* l'interrupteur **était** en position (1) de sorte que le générateur fournissait une tension E au circuit. Le condensateur a emmagasiné le maximum d'énergie tel que sa charge vaut $q(t=0)=\ldots\ldots \Rightarrow u_C(t=0)=\ldots$

A l'instant initial $t=0$, on bascule l'interrupteur de (1) en (2), il n'y a plus de générateur dans le circuit, le condensateur se trouve en **…………………………**

2) Etablir l'équation différentielle

Loi des mailles (sens horaire) pour $t>0$: or $u(t)=0$ donc :

En utilisant les lois linéaires : $u_R(t)=$ d'où :

$\Leftrightarrow$ $\boxed{}$ (RC libre)

2') Analyse dimensionnelle : $[RC]=$ car $I=[i]=\left[\dfrac{dq}{dt}\right]=\dfrac{[Q]}{T}$

Le produit RC a la dimension d'un ……………………… qu'on notera donc $\ldots=RC$.

D'où l'équation : $\boxed{\dfrac{du_C(t)}{dt}+\dfrac{1}{\ldots}u_C(t)=0}$ $\Leftrightarrow$ $\dot{u}_C+\dfrac{u_C}{\ldots}=0$

On aboutit à une équation différentielle **…………..** du **………………** (dérivée première) à **…………………………** (1 et τ constants) **………** second membre (régime libre). L'inconnue est la fonction du temps $u_C(t)$. L'inconnue d'une équation différentielle est **………………**

3) Résoudre l'équation différentielle

$\dot{u}_C+\dfrac{u_C}{\tau}=0 \quad \Leftrightarrow$

On pose $A=e^C$, la solution dite **homogène** de l'équation s'écrit donc :

$\boxed{u_C(t)= }$

avec A une constante réelle qui se détermine avec les conditions initiales.

La condition initiale donne : $u_C(t=0)=\ldots$

L'expression donne $u_C(t=0)=\ldots$

Par identification, $\ldots=\ldots$ d'où $\boxed{u_C(t)= }$

La tension u_C est **continue** en 0 : $\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots=\ldots.$

Elle admet une **..** d'équation $u_C=0$ en $+\infty$.

3') Que représente τ ?

L'équation de la tangente en $x=a$ de la courbe de f (1ère) : $f_T(x)=f'(a)(x-a)+f(a)$

A $t=0$, la tangente a pour équation : $u_T(t)=$

D'où $u_T(t)=$

Cette tangente coupe l'axe des abscisses lorsque $u_T(t)=0$ c'est-à-dire en $t=\ldots.$ Plus τ est grand, plus u_C va diminuer..................... τ est appelé **...................................** (en s).

4) Déterminer l'expression de l'intensité du courant

Pour $t>0$, $i(t)=$. Le courant est **strictement ....**

En $t=0^+$, on utilise l'expression : $i(0^+)=$

En $t=0^-$, le régime est continu du au générateur de tension E et le condensateur bloque le passage du courant car il a le comportement d'un .... donc $i(0^-)=\ldots$

L'intensité i est **.....................** en 0 : $i(0^-)\neq i(0^+)$

Elle admet une **asymptote horizontale**, tout comme la tension, ...

5) Réaliser un bilan énergétique :

L'énergie stockée par le condensateur est : $E_C(t)=$

Cette énergie .... au cours du temps : le condensateur se **...............** en régime libre.

Entre $t=0$ et $t=+\infty$, la variation d'énergie du condensateur notée W_C est telle que :

$$W_C=$$

Pour la résistance, l'énergie perdue W_R par effet Joule est telle que :

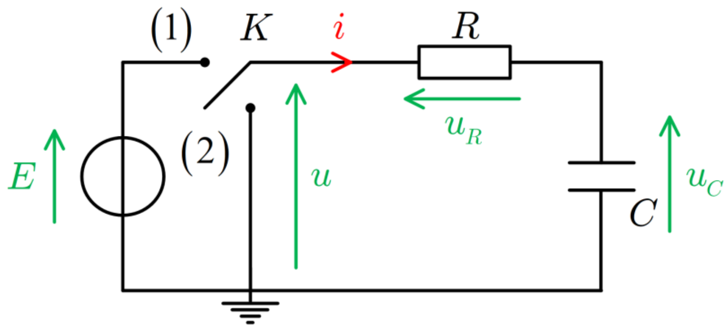
$$W_R=$$

Le condensateur se décharge totalement dans la résistance qui dissipe l'énergie par effet joule donc sous forme de chaleur en régime libre : $\ldots\ldots+\ldots\ldots=0$.

3 . Régime forcé d'un circuit RC

Objectif : Comprendre la réponse d'un condensateur à un échelon de tension.

1) Schématiser le circuit RC :



Ce circuit est le même qu'en régime libre mais à l'instant initial $t=0$, le condensateur est **déchargé** *i.e.* l'interrupteur **était** en position (2) et $q(t=0)=\ldots \quad \Rightarrow u_C(t=0)=\ldots$

A l'instant initial $t=0$, on bascule l'interrupteur de (2) en (1), le générateur fournit alors une tension E dans le circuit. Le condensateur se trouve alors en ....

2) Etablir l'équation différentielle :

Loi des mailles (sens horaire) pour $t>0$: or $u(t)=E$ donc :

En utilisant les lois linéaires : $u_R(t)=R\,i(t)=R\dfrac{dq(t)}{dt}=RC\dfrac{du_C(t)}{dt}$ d'où :

$\Leftrightarrow$ $\boxed{}$ (RC forcé)

En remplaçant RC par τ, l'équation devient : $\boxed{}$ $\Leftrightarrow$

On aboutit à une équation différentielle du **1er ordre** (..........................) à **coefficients constants**, ... second membre (régime forcé). On rappelle que la solution u_C est une **fonction** du temps contrairement aux équations classiques où la solution est ....

3) Résoudre l'équation différentielle :

L'équation différentielle étant linéaire, la solution .... $u_C(t)$ est la somme du **terme** .... $u_h(t)$ vue précédemment et d'une solution .... $u_p(t)$ qui dépend du second membre de l'équation différentielle :

$$\boxed{u_C(t)= }$$

avec A une constante réelle qui se détermine avec les conditions initiales.

La solution particulière est toujours :

- ………………………………………………
- ………………………………………………………………………………………

Pour cette équation différentielle, le 2nd membre est constant : $\frac{E}{\tau}$ donc $u_p(t) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

D'abord, u_p vérifie l'équation :

Ce qui donne pour le moment : $u_C(t) =$

Ensuite, on détermine A.

La condition initiale donne : $u_C(t=0) = \ldots$

L'expression donne $u_C(t=0) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Donc par identification : $\ldots\ldots\ldots = \ldots \Leftrightarrow \ldots = \ldots$

D'où $u_C(t) =$ donc :

$$\boxed{u_C(t) = \qquad\qquad}$$

La tension u_C est **……………………** en 0 : $u_C(0^-) = u_C(0^+) = 0$.

Elle admet une **asymptote horizontale** d'équation $u_C = \ldots$ en ……

A $t=0$, $\dot{u}_C(0) = \frac{\ldots}{\ldots}$ donc la tangente a pour équation : $u_T(t) = \frac{du_C}{dt}(0)(t-0) + u_C(0) = \frac{\ldots}{\ldots}\ldots$

Cette tangente coupe l'asymptote $u_C = E$ lorsque $u_T(t) = E$ donc en $t = \ldots$

4) Déterminer l'expression de l'intensité du courant

Pour $t > 0$, $i(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} =$

L'intensité est **strictement ………………**

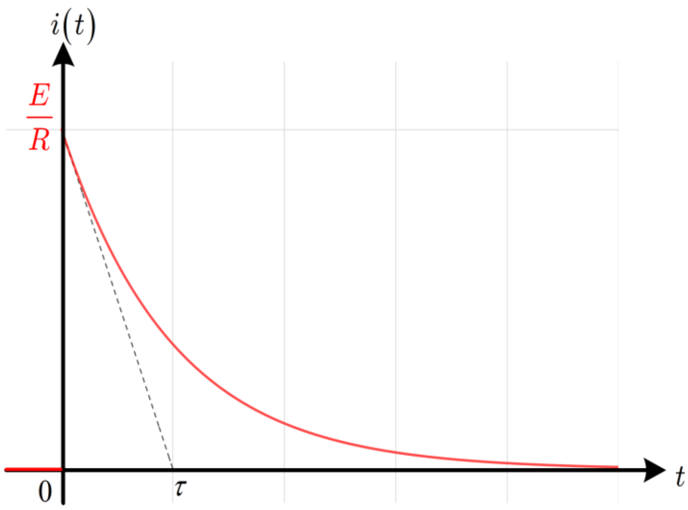
En $t = 0^+$, $i(0^+) =$

En $t = 0^-$, le condensateur est déchargé, il n'y a pas de générateur donc $i(0^-) = \ldots$.

L'intensité i est **discontinue** en 0 :

$\ldots\ldots\ldots \neq \ldots\ldots\ldots$

Elle admet une **asymptote horizontale** d'équation $i = 0$ en $+\infty$.



5) Réaliser un bilan énergétique :

L'énergie stockée par le condensateur est : $E_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)=\frac{1}{2}CE^2\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$.

Cette énergie croît au cours du temps : le condensateur se **charge** en régime forcé.

Entre $t=0$ et $t=+\infty$, la variation d'énergie du condensateur notée W_C est telle que :

$W_C=$. Pour la résistance, l'énergie perdue W_R s'écrit :

$W_R=$

En ce qui concerne le générateur, la variation d'énergie pendant un temps infini :

$$W_G=\int_0^{+\infty}p_G(t)\,dt=$$

Le bilan énergétique est donc : $\boxed{W_G=\ldots\ldots+\ldots\ldots=2\ldots\ldots}$

4 . Régime transitoire, régime permanent

La pratique ne permet pas d'attendre un temps infini pour attendre que le condensateur soit chargé ou déchargé. Il faut donc estimer un temps à partir duquel le régime n'est plus **transitoire** et devient **permanent** *i.e.* les grandeurs physiques varient si peu que leurs variations ne sont plus mesurables. Le temps τ est aussi appelé **...............................** car c'est un temps caractéristique de la réponse d'un circuit à un signal.

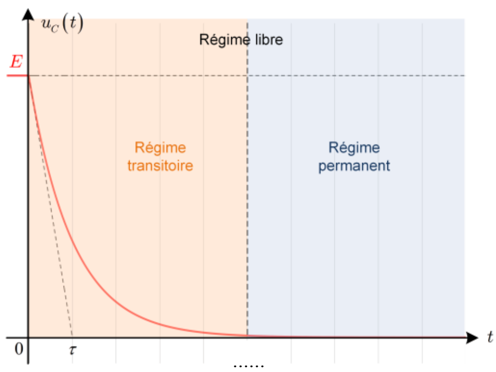
	décharge	
	$t=\tau$	$t=5\tau$
u_C **en fonction de** E **et** e	$\frac{E}{\ldots}$	$\frac{E}{\ldots}$
u_C/E **en %**		
déchargé à...		

	charge	
	$t=\tau$	$t=5\tau$
u_C **en fonction de** E **et** e	$E\left(\ldots-\frac{\ldots}{\ldots}\right)$	$E\left(\ldots-\frac{\ldots}{\ldots}\right)$
u_C/E **en %**		
chargé à...		

En pratique, on considère qu'au bout de $\boxed{t=\ldots\ldots}$, le circuit est sorti du régime **transitoire** et a atteint le régime **permanent**. Le condensateur est alors déchargé, ou chargé.
Un temps de …… est caractéristique d'une charge et d'une décharge d'un condensateur.

➢ ***Ordre de grandeurs de capacités :***
(unité mieux adaptée : µF ou nF)

utilisés en classe	
capacité atmosphérique (foudre…)	
technologie mémorielle basse fréquence	

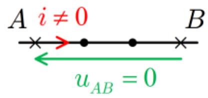


C . L'inductance (d'une bobine)

Une bobine est un enroulement de **spires** conductrices, en général, en cuivre. C'est un dipôle passif utilisé pour ses propriétés électromagnétiques.

1 . Notions élémentaires

En régime **permanent** ou à basse fréquence, la bobine laisse passer idéalement le courant sans modifier le potentiel électrique.



Elle se comporte comme un **interrupteur ....**

En régime **variable**, la bobine soumise à un courant tournant dans ses spires va créer un champ magnétique. En ARQS, le flux **propre** $\Phi_{pr}(t)$ du champ magnétique $\vec{B}$ est proportionnel à l'intensité du courant, c'est la loi linéaire pour une bobine : $\Phi_{pr}(t) \underset{\text{loi linéaire}}{=} L\,i(t)$.

Ce champ magnétique va induire une tension aux bornes de cette bobine $e(t)$ telle que :

$$e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$ (loi de Lenz-Faraday, 1833, en convention générateur).

En convention récepteur, $u_L(t) = -e(t)$ donc : $\boxed{u_L(t) = \qquad\qquad}$

où $i(t)$ est l'intensité du courant **qui traverse la bobine**

L est **l'auto-inductance** ou **inductance propre** de la bobine exprimée en **H** (Henry).

➢ ***Approche énergétique :***

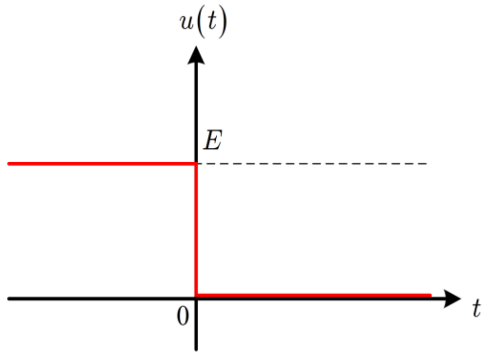
La bobine stocke de l'énergie électrique notée $E_L(t)$. La puissance $p_L = u_L \times i$ s'écrit :

$p_L(t) =$ $\qquad\qquad\qquad$ or $p_L(t) = \dfrac{dE_L(t)}{dt}$ donc : $\boxed{E_L(t) = \qquad\qquad}$

1 . Régime libre d'un circuit RL

Objectif : Comprendre le comportement d'une bobine au cours du temps.

1) Schématiser le circuit RL :



A l'instant initial $t=0$, on bascule l'interrupteur de (1) en (2), il n'y a plus de générateur dans le circuit, la bobine se trouve en ....

Etant donné le très grand nombre de spires dans la bobine, on considère parfois une résistance interne en série avec la bobine. Dans ce cas-là, les deux résistances étant en série, il suffirait de remplacer R par $R+r_L$ ce qui ne changerait pas les calculs qui suivent.

2) Etablir l'équation différentielle :

Loi des mailles (sens horaire) pour $t>0$: $-u_R(t)-u_L(t)+u(t)=0$ or $u(t)=0$ donc :

$$u_R(t)+u_L(t)=0$$

En utilisant les lois linéaires : $u_R(t)=$........ et $u_L(t)=$ d'où :

$$\Leftrightarrow \boxed{} \text{ (RL libre)}$$

2') Analyse dimensionnelle : $\left[\dfrac{L}{R}\right]=$ car $[u_L]=\left[L\dfrac{di}{dt}\right]=[L]\dfrac{I}{T}$

Le rapport $\dfrac{L}{R}$ a la dimension d'un .... qu'on notera $\ldots=\dfrac{L}{R}$. D'où l'équation :

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=0 \quad \Leftrightarrow \quad i'+\frac{i}{\tau}=0$$

C'est une équation différentielle identique à celle du ....

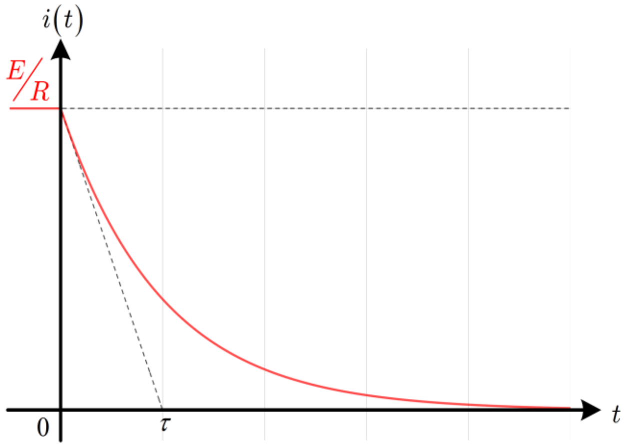
La seule différence mathématique est l'inconnue qui n'est pas la même, ici, c'est $i(t)$.

3) Résoudre l'équation différentielle :

La solution dite **homogène** s'écrit :

$$\boxed{i(t)= }$$

avec A une constante réelle qui se détermine avec les conditions initiales.



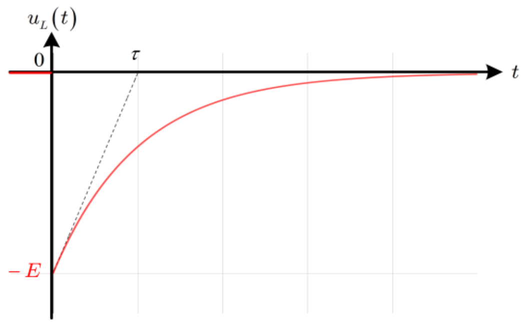
L'intensité i doit être continue car .... doit être continue tout comme la tension d'un condensateur u_C doit être continue car .... est continue donc ......=......

La bobine se comporte comme un interrupteur .... en régime permanent donc on peut la remplacer par un fil. Loi des mailles :

.... $\boxed{i(t)=\dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}}$

4) Déterminer l'expression de la tension aux bornes de la bobine

Pour $t>0$, $u_L(t)=$. La tension est **strictement négative**.



En $t=0^+$, $u_L(0^+)=\ldots\ldots$

En $t=0^-$, ...
....
.... donc $u_L(0^-)=\ldots$

La tension u_L est **discontinue** en 0 : $u_L(0^-)\neq u_L(0^+)$

Elle admet une **asymptote horizontale** d'équation $u_L=0$ en $+\infty$ tout comme l'intensité.

5) Réaliser un bilan énergétique :

L'énergie emmagasinée par la bobine au cours du temps est :

$$E_L(t)=$$

Cette énergie .... au cours du temps : la bobine .... de l'énergie en régime libre.

Entre $t=0$ et $t=+\infty$, la variation d'énergie de la bobine notée W_L est telle que :

$$W_L=E_L(+\infty)-E_L(0)=$$

Pour la résistance, l'énergie perdue W_R par effet Joule est telle que : $W_R=\int_0^{+\infty}p_R(t)\,dt$

$$W_R=R\int_0^{+\infty}i^2(t)\,dt=R\left(\frac{E}{R}\right)^2\int_0^{+\infty}e^{-\frac{2t}{\tau}}dt=R\left(\frac{E}{R}\right)^2\left[-\frac{\tau}{2}e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]_0^{+\infty}=\frac{R\tau}{2}\left(\frac{E}{R}\right)^2=\frac{RL}{2R}\left(\frac{E}{R}\right)^2=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2$$

En régime libre, la bobine perd toute son énergie emmagasinée dans la résistance qui la dissipe sous forme de chaleur par effet Joule :

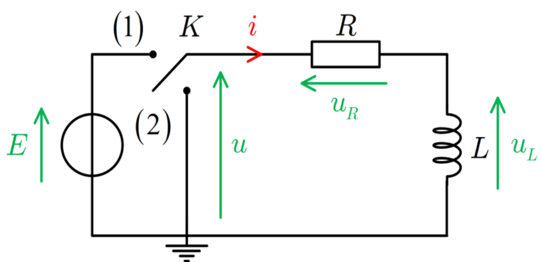
Salviati : Les comportements **en énergie** d'un condensateur et d'une bobine sont similaires en régime libre puisqu'ils sont régis par la **même équation différentielle**.

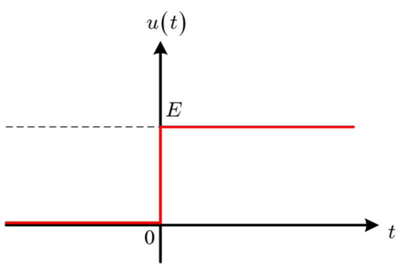
Toutefois, les comportements en tension et en intensité sont complètement **inversés**.

2 . Régime forcé d'un circuit RL

Objectif : Comprendre la réponse d'une bobine à un échelon de tension.

1) Schématiser le circuit RL :





Ce circuit est le même qu'en régime libre mais à l'instant initial $t=0$, la bobine n'a pas emmagasinée d'énergie i.e. l'interrupteur **était** en position (2) et on le fait passer en (1).
A l'instant initial $t=0$, le générateur fournit une tension E dans le circuit.
La bobine soumise à cette tension se trouve en **régime ....**

2) Etablir l'équation différentielle :

Loi des mailles (sens horaire) pour $t>0$: $-u_R(t)-u_L(t)+u(t)=0$ or $u(t)=E$ donc :

$$u_R(t)+u_L(t)=E$$

En utilisant les lois linéaires : $u_R(t)=R\,i(t)$ et $u_L(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}$ d'où :

$$L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)=E \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\frac{di(t)}{dt}+\frac{R}{L}i(t)=\frac{\dots}{\dots}} \text{ (RL forcé)}$$

En remplaçant $\dfrac{L}{R}$ par τ, l'équation devient :

$$\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{1}{\dots}\frac{E}{\dots} \quad \Leftrightarrow \quad i'+\frac{i}{\tau}=\frac{1}{\dots}\frac{E}{\dots}$$

C'est une équation différentielle identique à celle du ....
La seule différence mathématique est l'inconnue qui n'est pas la même, ici, c'est $i(t)$.

3) Résoudre l'équation différentielle :

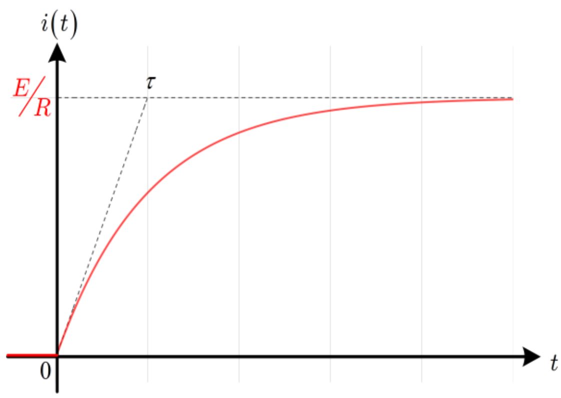
La solution **générale** de l'équation différentielle s'écrit :

$$\boxed{i(t)= \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

avec A une constante réelle qui se détermine avec les conditions initiales

D'abord, i_p vérifie : $\dfrac{d\dots}{d\dots}+\dfrac{1}{\tau}\dots=\dfrac{1}{\dots}\dfrac{E}{\dots}\Leftrightarrow 0+\dfrac{1}{\tau}K=\dfrac{1}{\dots}\dfrac{E}{\dots}\Leftrightarrow i_p(t)=K=\dfrac{\dots}{\dots}$ car $i_p=cste=K$

Ce qui donne pour le moment : $i(t)=$



Ensuite, on détermine A.
La condition initiale donne : $i(0)=i(0^+)=i(0^-)=\dots$

L'expression donne : $i(t=0)=A+\dfrac{E}{R}$

Donc par identification : $A+\dfrac{E}{R}=0\Leftrightarrow A=-\dfrac{E}{R}$

D'où $i(t)=i_h(t)+i_p=-\dfrac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}+\dfrac{E}{R}$ donc : $\boxed{i(t)=\dfrac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$

Salviati : Le “**D’abord**” et le “**Ensuite**” ne sont pas en gras pour rien.
Lorsque les étudiants de 1ère année commencent à maîtriser les équa. diff., c’est là qu’ils oublient qu’il faut déterminer la solution particulière avant de déterminer les constantes associées aux conditions initiales. Donc, **d’abord** u_p ou i_p, **ensuite** A.

4) Déterminer l’expression de la tension aux bornes de la bobine

Pour $t>0$, $u_L(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}=+L \qquad =Ee^{-\frac{t}{\tau}}$. La tension est **strictement positive**.

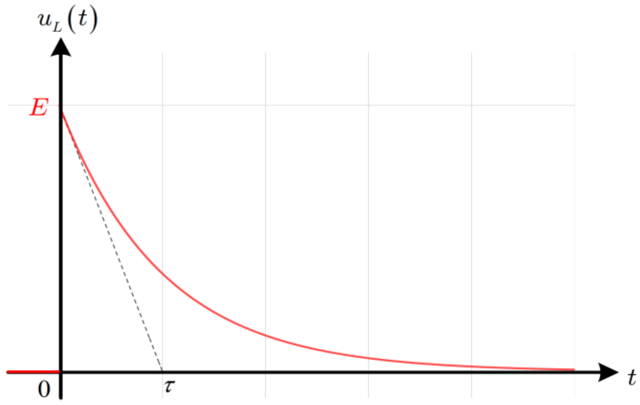
En $t=0^+$, $u_L(0^+)=E$

En $t=0^-$, la bobine se comporte comme un fil donc ……………………………………………

La tension u_L est **discontinue** en 0 :

$$u_L(0^-)\neq u_L(0^+).$$

Elle admet une **asymptote horizontale** d’équation $u_L=0$ en $+\infty$.



Au fur et à mesure que ………………………………………………………, sa tension diminue et l’intensité du courant qui le traverse augmente en régime forcé.

5) Réaliser un bilan énergétique :

L’énergie stockée par la bobine est : $E_L(t)=\dfrac{1}{2}Li^2(t)=\dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{E}{R}\right)^2\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$.

Cette énergie …………… au cours du temps : la bobine emmagasine de l’énergie.
Entre $t=0$ et $t=+\infty$, la variation d’énergie de la bobine notée W_L est telle que :

$$W_L=E_L(+\infty)-E_L(0)=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2$$

La bobine se comportant comme un fil en régime **permanent**, le générateur va fournir une énergie **………..** dissipée par la résistance au bout d’un temps infini. Le calcul de W_G et de W_R tendent vers l’infini. On cherche une autre méthode pour faire le bilan d’énergie :

Loi des mailles :

On intègre les puissances :

On retrouve le même bilan que le condensateur en régime forcé.

3 . Régime transitoire, régime permanent

En pratique, comme pour le condensateur, on considère qu’au bout de $\boxed{t=\ldots\ldots}$, le circuit est sorti du régime **transitoire** et a atteint le régime **permanent**.

➢ ***Ordre de grandeurs d'auto-inductances L : (unité mieux adaptée : mH)***

une spire de 1m de diamètre	
utilisés en classe	
électroaimants	

Salviati : Les condensateurs et les bobines n'ont rien à voir. Les condensateurs sont des plaques séparées par un isolant, les bobines sont des enroulements de fils de cuivre. Physiquement, ils se comportent différemment dans un circuit voire même de façon opposée. Mathématiquement, les résolutions des équations différentielles sont aussi très différentes à cause des conditions initiales propres à chaque dipôle.

Il faut donc éviter de confondre ces deux dipôles.

	condensateur	**bobine**
composant électrique		
grandeur physique associée	capacité … en …	inductance … en …
relation entre u et i	$i_C =$	$u_L =$
énergie	$E_C =$	$E_L =$
continuité	$\ldots\left(0^-\right)=\ldots\left(0^+\right)$	$\ldots\left(0^-\right)=\ldots\left(0^+\right)$
comportement en régime permanent	interrupteur ………… $\ldots=0$	interrupteur ………… $\ldots=0$
condition initiale circuit libre (décharge)	chargé : $\ldots(0)=\ldots$	$\ldots(0)=\ldots$
condition initiale circuit forcé (charge)	déchargé : $\ldots(0)=\ldots$	$\ldots(0)=\ldots$

Il faudra remplacer les indices $_C$ et $_L$ par ceux proposés par l'exercice

u_C et i_L sont des fonctions continues car ………………………………………………………………………

Table des matières