



Chapitre II

Induction magnétique

Les champs magnétiques ont des actions mécaniques sur les aimants ou les charges en mouvement. La force de Lorentz magnétique en est responsable à l'échelle microscopique mais qu'en est-il à l'échelle macroscopique ? Ce chapitre cherche à rapprocher les domaines de la **mécanique classique** et de la pour exploiter les forces et couples ayant pour origine les champs magnétiques.

 **Relire les chapitres de Mécanique et le chapitre III ARQS** 

Grandeurs physiques :

| Grandeur physique | Symbole | Définition | Unité du S.I. |
|-----------------------------------|----------------|------------|--|
| vecteur-force de Laplace | \vec{F} | | |
| vecteur-couple de Laplace | $\vec{\Gamma}$ | | |
| énergie potentielle magnétique | E_{Pm} | | |
| flux du champ magnétique uniforme | Φ | | Wb ($\text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}.\text{A}^{-1}$) |

I. Actions magnétiques

On s'intéresse à des systèmes physiques soumis à un champ extérieur : $\vec{B} = \vec{B}_{ext}$.

Expérience : [Rails de Laplace](#) et [Rails de Laplace 2](#)

Aimant en U, tiges en métal, circuit électrique avec générateur continu, fils, résistance.

Objectif : Expliquer le déplacement d'une tige sur les rails de Laplace soumis en même temps à un courant continu et à un champ magnétique uniforme et stationnaire.

A. Force de Laplace

Lors de l'expérience des rails de Laplace, on observe que :

- 1) La tige est soumise à une force appelée **force de Laplace** \vec{F} puisqu'elle se déplace.
- 2) Si le courant change de sens alors donc la force de Laplace dépend du sens réel du courant *i.e.* de son signe.
- 3) Si le champ magnétique change de sens alors la tige se déplace dans l'autre sens donc
- 4) Sans champ magnétique ou sans courant, la tige

1. Origine microscopique

La tige est en contact avec les rails aux points A et B .
 Soit un élément de la tige AB dans un référentiel terrestre
 supposé galiléen. On choisit un repère cartésien tel que :

$$\vec{B} = B\vec{e}_z \text{ (champ uniforme et stationnaire)}$$

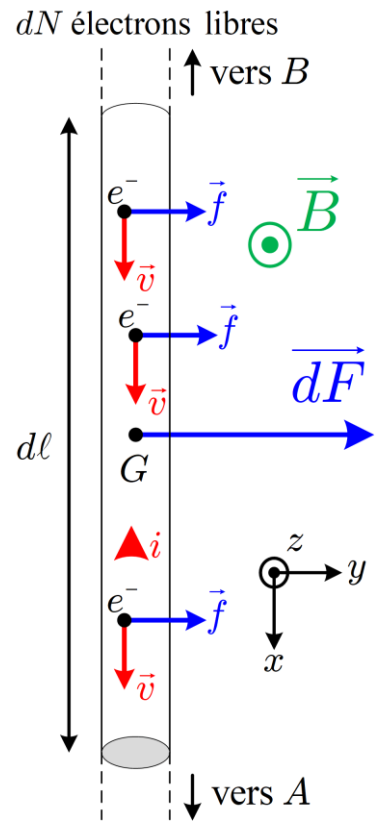
On choisit l'axe de symétrie de la tige AB comme l'axe Ox en
 direction et tel que $d\vec{AB} =$ en sens où $d\ell > 0$.

Le courant i va donc de A vers B tout comme $d\vec{\ell}$.

La force de Laplace qui entraîne la tige est donc selon $+e_y$.

Hyp.1 : On néglige tous les frottements : solides avec les rails
 et fluides avec l'air ainsi que la poussée d'Archimède.

Soit l'échelle (Thermodyn. chapitre 2 p.7).
 L'intensité i est un grandeur **intensive**, définie à cette échelle.



Hyp.2 : On suppose que l'intensité du courant est constante et **positive** dans le sens choisi
 $i > 0$ pendant un temps dt où circulent un nombre dN d'électrons de charge $-e$
i.e. non liés aux noyaux des atomes de la tige et pouvant se déplacer de B vers A :

L'intensité est un débit de charges donc : $i =$

Chaque électron libre est soumis à la force de Lorentz :

$$\vec{f} = \text{ en l'absence de champ électrique extérieur } \vec{E} = \vec{0}.$$

En ARQS, les électrons ont la même vitesse et parcourt la longueur $d\ell$ pendant dt .

On peut donc écrire que $\vec{v} =$ \Leftrightarrow avec $v > 0$ la norme.

A l'échelle **mésoscopique**, la résultante des forces de Lorentz magnétique n'est autre que
 la qui va entraîner le déplacement de la tige :

$$d\vec{F} =$$

La relation reste vraie si l'intensité dépend du temps $i = i(t)$ car dt est infinitésimal :



où $d\vec{\ell}$ est dans le même sens que l'intensité i du courant

2. Tige rectiligne

A l'échelle **macroscopique**, la force résultante de Laplace \vec{F} est l'intégrale sur tout le système *i.e.* la tige AB donc : $\vec{F} =$ car $i = i(t)$ et $\vec{B} = \overrightarrow{cste}$

En intégrant le parcours sur la longueur AB :

La force de Laplace pour une tige soumise à un champ s'écrit : ... =

➤ **direction** :

➤ **sens** :

➤ **norme** :

Dans le repère cartésien choisi, $\vec{F} =$ car $\vec{e}_x \wedge \vec{e}_z = -\vec{e}_y$

➤ Vérification des observations de la page 1 :

- 1) Puisque $i > 0$, $\ell > 0$ et $B > 0$, alors la force de Laplace est bien selon
- 2) Si le courant change de sens, $i < 0$, alors la force de Laplace sera selon
- 3) Si le champ \vec{B} change de sens, $B < 0$, alors la force de Laplace sera selon
- 4) Si $i = 0$ ou $\vec{B} = \vec{0}$ alors la force de Laplace est $\vec{F} = \dots$, il n'y a pas de déplacement.

3. Equation du mouvement

On applique la 2^{ème} loi de Newton à la tige de masse m soumise à la force de Laplace, à son poids et aux réactions normales en A et B :

...

La tige ne peut ni s'envoler, ni passer à travers les rails donc
 verticalement : $\vec{P} + \vec{N}_A + \vec{N}_B = \dots$ et $\dot{v}_z = \dots$

On suppose que la tige est fixe à l'instant initial : $\vec{v}(G, t = 0) = \vec{0}$.

Le point G est confondu avec l'origine O du repère cartésien $\vec{OG}(t = 0) = \vec{0}$ d'où :

$$\begin{cases} \dot{v}_x = 0 \\ \dot{v}_z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x = cste = 0 \\ v_z = cste = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = cste = 0 \\ z_G = cste = 0 \end{cases} \text{ (le poids et les réactions se compensent)}$$

La tige se déplace donc uniquement selon \vec{e}_y , on peut donc écrire $\vec{v}(G) =$

L'équation selon \vec{e}_y donne

D'où $y_G(t=0) = 0$ et $v_y(t=0) = 0$.

Le mouvement est selon $+\vec{e}_y$ comme observé.

4. Puissance de la force

La puissance de la force de Laplace pour la tige s'écrit par définition :

$$\mathcal{P}(\vec{F}) = \text{.....} \quad (\text{produit mixte})$$

Ici, $\mathcal{P}(\vec{F}) = \text{.....}$. Tout est positif donc $\mathcal{P}(\vec{F}) > 0$.

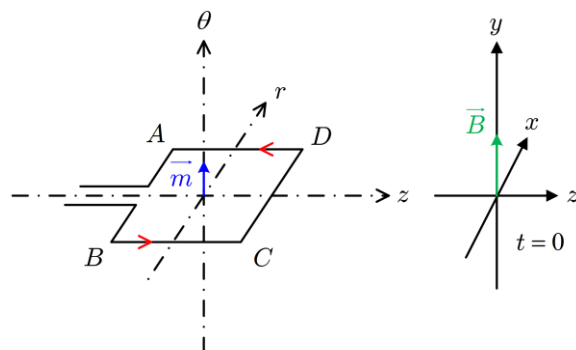
On rappelle que pour $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$, on a $\mathcal{P}(\vec{f}) = 0$ et $W(\vec{f}) = 0$ (Mécanique chapitre IV p.13).

La puissance des forces de Laplace n'est contrairement à celle de la force de Lorentz magnétique mais car elle met en mouvement la tige.

B. Couple de Laplace

Soit une spire rectangulaire $ABCD$ de longueur L , de largeur l .

Elle est parcourue par un courant $i > 0$ et soumise à un champ uniforme stationnaire \vec{B} .



Soient I, J, K, L les centres des côtés de la spire et O le centre du rectangle et origine.

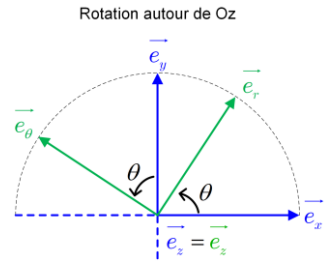
Cette spire est en régime **libre** *i.e.* elle peut se déplacer librement sous l'action de forces.

On définit les coordonnées cylindriques par rapport au point A *i.e.* dès que le point A se déplace, les vecteurs $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ changent de direction : \vec{e}_r suit la direction de \vec{IA} et \vec{e}_θ reste orthogonal à \vec{e}_r de façon à former un trièdre direct avec \vec{e}_z .

A $t = 0$, $\theta = 0$ et les vecteurs $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ sont donc confondus avec respectivement

1. Equation du mouvement

Salviati : Le choix des axes, des orientations du problème est important, il aura une influence sur les signes dans les calculs.



$$\vec{B} = \text{cste} =$$

➤ Calcul des forces de Laplace sur chaque côté :

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{AB} &= i \vec{AB} \wedge \vec{B} = -iL e_r \wedge B e_y = -iLB \dots \dots \dots \\ \vec{F}_{BC} &= i \vec{BC} \wedge \vec{B} = il e_z \wedge B e_y = +ilB \dots \dots \dots e_\theta - ilB \dots \dots \dots e_r \\ \vec{F}_{CD} &= i \vec{CD} \wedge \vec{B} = \dots \dots \dots = -\vec{F}_{AB} \\ \vec{F}_{DA} &= \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{DA} =$$

La somme des forces s'appliquant sur la spire est : $\sum_{\text{forces}} \vec{F}_{ext} =$

➤ Calcul des moments des forces de Laplace sur chaque côté :

On admet que la résultante des forces de Lorentz *i.e.* la force de Laplace s'applique aux *i.e.* les milieux des côtés.

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{M}_O(\vec{F}_{AB}) &= \vec{OI} \wedge \vec{F}_{AB} = -\frac{l}{2} e_z \wedge -iLB \cos \theta e_z = \dots \\ \mathcal{M}_O(\vec{F}_{CD}) &= \vec{OK} \wedge \vec{F}_{CD} = \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{M}_O(\vec{F}_{BC}) &= \dots \\ \mathcal{M}_O(\vec{F}_{DA}) &= \dots \end{aligned} \right\} \mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_{BC}) = \mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_{DA}) =$$

$$\Gamma = \sum_{\text{forces}} \mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}_{AB}) +$$

La résultante des forces est **nulle** mais pas la résultante des moments donc il s'agit bien d'un couple de forces Γ qui s'applique sur cette spire et qui va la faire

Il s'agit d'une, l'axe Oz .

D'après le théorème du moment cinétique pour un solide, l'équation du mouvement s'écrit :

...

Avec $i, B > 0$, c'est l'équation du

| systeme | action mecanique | coefficient constant devant $\sin\theta$ |
|---------------------|------------------|--|
| pendule simple | force de gravité | |
| pendule pesant | | |
| spire rectangulaire | | |

2. Couple vectoriel

Avec l'approximation des petits angles, \Leftrightarrow avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{iLlB}{J_{Oz}}}$.

Il s'agit de l'équation d'un

| systeme | pulsation au carré | systeme | pulsation au carré |
|------------------|--------------------|-------------------------------------|--------------------|
| masse-ressort | | pendule simple (petits angles) | |
| circuit LC libre | | pendule pesant (petits angles) | |
| glaçon oscillant | | spire rectangulaire (petits angles) | |

Salviati : La spire est tirée de part et d'autre dans la direction Ox par les forces suivantes :

$$\vec{F}_{BC} = -ilB \vec{e}_x \text{ et } \vec{F}_{DA} = +ilB \vec{e}_x \text{ car } \vec{e}_x = \cos\theta \vec{e}_r - \sin\theta \vec{e}_\theta$$

Ces forces sont égales et opposées donc elles s'annulent mais par l'intermédiaire de leur couple, ces forces tendent à ramener la spire à l'horizontale *i.e.* dans le plan xOy .

En l'absence de frottements, la spire va autour de sa position d'équilibre qui est le plan xOy comme le ferait un pendule simple autour de son point d'équilibre.

➤ Couple vectoriel magnétique :

D'une part, on remarque que $\vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_r =$

D'autre part, la spire de courant possède un moment magnétique : $\vec{m} =$

...

On définit le couple vectoriel de forces $\vec{\Gamma}$ par rapport au point O : $\Gamma = \vec{\Gamma} \cdot \vec{e}_z \Leftrightarrow \vec{\Gamma} = \Gamma \vec{e}_z$

(couple de Laplace)

C . Influence sur un aimant

A partir de l'expression de la puissance du couple sur la spire, on peut faire apparaître une expression générale de l'énergie potentielle pour un dipôle magnétique \vec{m} .

1 . Energie potentielle magnétique

D'après le chapitre VII de mécanique p.16 : $\mathcal{P}(\Gamma) =$ avec $\dot{\theta}(t) = \omega(t)$.

Théorème de la puissance cinétique : $\frac{dE_C}{dt} =$

Définition et conservation de l'énergie mécanique : $E_m = E_C + E_P = cste \Rightarrow$

...

➤ On peut choisir $E_P(\theta = 0) = 0 \Leftrightarrow cste = \dots\dots\dots$ d'où $E_P(\theta) =$

On retrouve une expression similaire à celle du $\dots\dots\dots$: $E_P(\theta) = mgL(1 - \cos \theta)$

➤ On préfère choisir $E_P(\theta = \pi/2) = 0 \Leftrightarrow cste = \dots$ d'où $E_P(\theta) =$

On remarque que $\vec{e}_\theta \cdot \vec{e}_y = \vec{e}_y \cdot \vec{e}_\theta = \dots\dots\dots$ d'où $E_P(\theta) =$

On reconnaît le moment magnétique défini selon $+\dots\dots$ d'après le sens de i choisi.

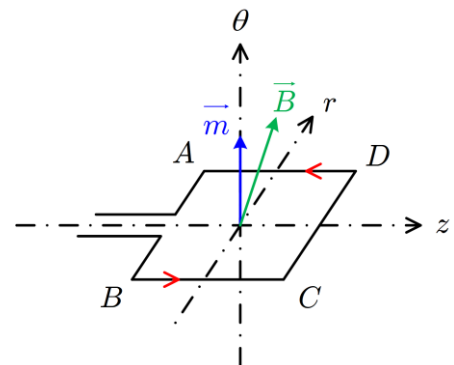
De cet exemple, on en déduit une relation **générale** de l'énergie potentielle valable pour tout moment magnétique \vec{m} soumis à un champ magnétique extérieur \vec{B} :

$E_P =$

énergie potentielle associée à un dipôle magnétique

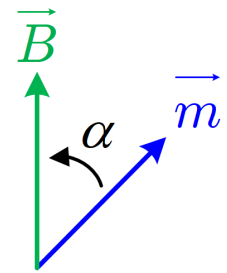
Ce champ magnétique \vec{B} est un champ $\dots\dots\dots$ créé par un système **extérieur** à la spire, ce n'est pas le champ $\dots\dots\dots$ créé par le dipôle magnétique lié à la spire.

Salviati : Toutefois, la spire est aussi soumise à son propre champ magnétique contrairement à une charge électrique microscopique qui n'est pas soumise à son propre champ magnétique qu'elle crée lorsqu'elle tourne.



2. Equilibres stables et instables

L'énergie potentielle s'écrit donc : $E_P = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -mB \cos \alpha$ où $\alpha = (\vec{m}, \vec{B})$.

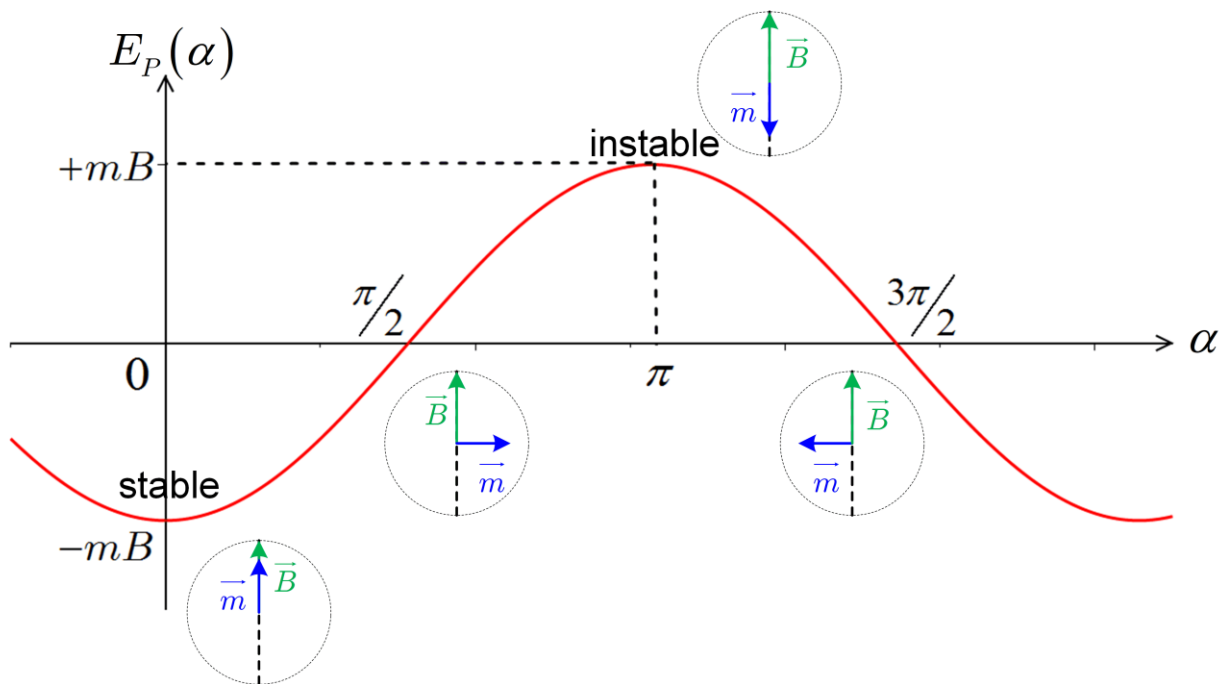


Les équilibres sont telles que

Si $\alpha = k\pi, k$ pair i.e. si $\alpha = \dots$ alors $\frac{d^2 E_{PP}}{d\alpha^2} = \dots \dots \dots > 0$. L'équilibre est $\dots \dots \dots$ en $\alpha = \dots$

Si k impair i.e. si $\alpha = \dots \dots \dots$ alors $\frac{d^2 E_{PP}}{d\alpha^2} = \dots \dots \dots < 0$. L'équilibre est $\dots \dots \dots$ en $\alpha = \dots \dots \dots$

\vec{m} et \vec{B} sont en équilibre stable s'ils sont $\dots \dots \dots$, en équilibre instable s'ils sont $\dots \dots \dots$ et hors équilibre dans les autres cas.



Le moment magnétique d'une boucle de courant aura tendance à s'orienter dans le sens du champ extérieur pour $\dots \dots \dots$. Puisqu'on peut faire l'équivalence entre une boucle de courant et un aimant, on en déduit que :

**Un aimant soumis à un champ magnétique extérieur va $\dots \dots \dots$
 $\dots \dots \dots$ de ce champ magnétique $\dots \dots \dots$**

C'est pourquoi une boussole s'oriente dans le sens du champ magnétique terrestre, elle cherche à minimiser son énergie potentielle magnétique tout comme une pomme qui se détache de l'arbre tombe pour minimiser son énergie potentielle gravitationnelle.

3. Effet moteur d'un champ magnétique tournant

@Simplicius Ne pas confondre le sens d'enroulement de la bobine qui n'a pas d'importance avec le sens de rotation du courant qui donne le sens du champ magnétique.

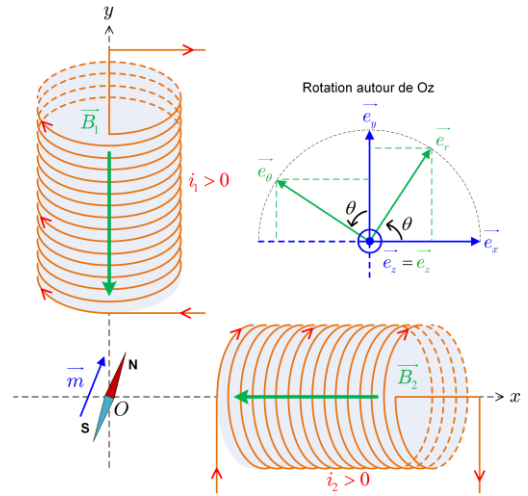
Soit une boussole de moment d'inertie J et de moment magnétique \vec{m} dirigé selon le vecteur \vec{e}_r de la base polaire, soumise aux champs magnétiques \vec{B}_1 et \vec{B}_2 de 2 bobines identiques.

Les courants alternatifs i_1 et i_2 de fréquence f_0 qui traversent les bobines sont supposés synchrones, en quadrature de phase *i.e.* déphasés de $\pi/2$ tels que :

$$i_1(t) = i_0 \sin(\omega_0 t) \text{ et } i_2(t) = i_1\left(t + \frac{T_0}{4}\right) \text{ avec } i_0 > 0$$

$$i_2(t) =$$

$$\text{car } \omega_0 T_0 = \dots\dots$$



D'où $B_1 =$

en posant $B_0 = \mu_0 \frac{N}{L} i_0$ d'où :

$$\vec{B}_1 =$$

De même, $B_2 =$

donc $\vec{B}_2 =$

Le champ résultant s'écrit : $\vec{B} =$

$$\text{A } t = 0, \vec{B} = -B_0 (\sin(\omega_0 \times 0) \vec{e}_y + \cos(\omega_0 \times 0) \vec{e}_x) =$$

$$\text{A } t = T_0/4, \vec{B} = -B_0 (\sin(\omega_0 \times T_0/4) \vec{e}_y + \cos(\omega_0 \times T_0/4) \vec{e}_x) =$$

$$\text{A } t = T_0/2, \vec{B} =$$

Il s'agit bien d'un champ autour de l'axe Oz .

Le moment magnétique s'écrit : $\vec{m} = m \cos \theta \vec{e}_x + m \sin \theta \vec{e}_y$ où θ est la coordonnée polaire.

$$\text{Le couple vectoriel s'écrit : } \vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \wedge \\ \dots\dots \end{pmatrix}$$

D'où $\vec{\Gamma} =$

Le TMC donne : ...

On suppose un angle initial quelconque de la boussole sans vitesse angulaire initiale :

$$\theta(t=0) = \theta_0 > 0 \text{ et } \dot{\theta}(t=0) = 0$$

D'où $\ddot{\theta}(t=0) = \dots > 0$. La boussole va tourner dans le sens

En effet, le champ est selon $\vec{\Gamma}$ à l'instant initial et la boussole essaie de s'orienter dans le sens du champ pour minimiser son énergie potentielle magnétique. D'après le chapitre VII de mécanique p.14, comme $\Gamma(t=0) > 0$ et $\dot{\theta} > 0$, le couple est

Les effets moteurs de la force de Laplace pour la translation ou du couple de Laplace pour la rotation permettent d'obtenir un



II . Lois de l'induction

Deux expériences sont inexplicables au début du XIX^{ème} siècle :

➤ L'expérience d'Oersted (1820) : [Une expérience à la façon d'Oersted.mp4](#)

Un fil électrique tendu, parcouru par un courant électrique dévie l'aiguille d'une boussole. En effet, un fil rectiligne parcouru par un courant électrique crée un champ magnétique. La boussole s'oriente alors suivant le champ extérieur pour minimiser son énergie.

➤ L'expérience d'Arago (1824) : [Une expérience à la façon d'Arago.flv](#)

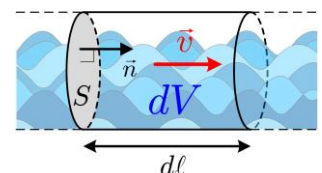
Cette expérience fait intervenir un disque de cuivre qui n'est ni magnétique, ni soumis à un courant électrique. Il parvient pourtant à faire dévier une boussole.

A . Flux d'un champ de vecteurs

Le débit volumique s'écrit : $D_V = \frac{dV}{dt}$,

Pour un volume cylindrique élémentaire, en posant $\vec{S} = S\vec{n}$ et $\vec{d\ell} = d\ell\vec{n}$,

$$dV = Sd\ell = Sd\ell\vec{n}\cdot\vec{n} = \vec{S}\cdot\vec{d\ell} \text{ donc } D_V =$$



➤ Quelques flux en sciences physiques :

| nom | flux | unité | champ uniforme |
|-----------------------|-----------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|
| débit volumique D_V | | | vitesse $\vec{v}(t)$ |
| débit massique D_m | $dm/dt = \rho\vec{v}\cdot\vec{S}$ | | densité de masse $\rho\vec{v}(t)$ |
| | | ... (C.s ⁻¹) | densité de courant $\vec{j}(t)$ |

Ces flux peuvent être vus comme une certaine quantité de volume, de masse, de charges qui passe à travers une surface par unité de temps (ARQS chapitre III page 3).

Le flux d'un champ magnétique **uniforme** \vec{B} à travers une surface **plane** S s'écrit :

$$\boxed{\phantom{\vec{B} \cdot \vec{S}}} \text{ en Wb ("Weber")}$$

où $\vec{S} = S\vec{n}$ où \vec{n} est le vecteur unitaire normale sortant de la surface S .

Salviati : @Sagredo On aurait pu écrire vectoriellement le vecteur-surface avec la force de pression : $\vec{F} = -P_{ext}S\vec{n} = -P_{ext}\vec{S}$ et aussi le moment magnétique : $\vec{m} = iS\vec{n} = i\vec{S}$.

1. Différentes surfaces planes

➤ Pour un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_x$:

↪ A travers un carré du plan yOz de côté Oy de longueur a :

...

↪ A travers un carré du plan xOz de côté Ox de longueur a :

...

➤ Pour un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$:

↪ A travers la section **supérieure** de rayon R
d'un cylindre d'axe de révolution Oz de longueur L :

...

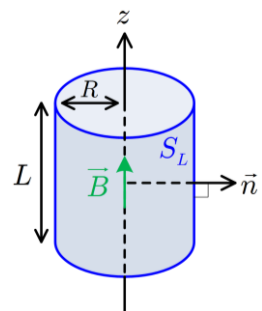
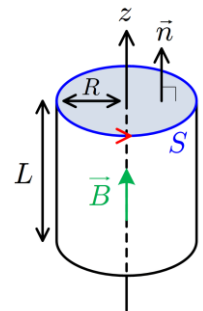
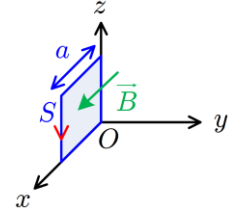
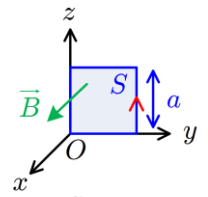
(flux axial)

↪ A travers la section **inférieure** de rayon R
d'un cylindre d'axe de révolution Oz de longueur L :

...

↪ A travers la surface **latérale** de ce même cylindre :

$$\Phi_{lat} = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\vec{e}_z \cdot \vec{S} \quad \text{car } \vec{B} \text{ est parallèle à la surface}$$



Le flux à travers une surface parallèle au champ est nul.

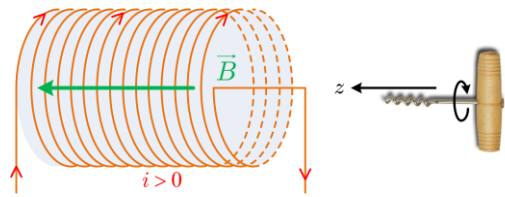
↪ Flux **total** sortant d'un cylindre d'axe de révolution Oz de rayon R et de longueur L :

$$\Phi_{tot} = \Phi_{sup} + \Phi_{inf} + \Phi_{lat} = 0$$

Le flux du champ \vec{B} est une grandeur, : les flux s'ajoutent.

2. Flux du champ d'un solénoïde

On s'intéresse au flux **propre** du champ uniforme **propre** \vec{B}_{pr} créé par un solénoïde de longueur ℓ contenant N spires à travers leur propre section S . Le flux propre est la somme des flux qui traversent chaque section S liée à chacune des N spires :



...

Salviati : On aurait pu considérer que la bobine n'était pas un cylindre mais bien une seule et même boucle hélicoïdale où le champ traverse une seule et même surface NS donc on aurait pu calculer $\Phi_{pr} = \vec{B}_{pr} \cdot N\vec{S}$ ce qui revient au même que le calcul $\Phi_{pr} = N\Phi_{Ispire}$

En posant $L = \mu_0 \frac{\pi N^2 R^2}{\ell}$, le flux est à l'intensité du courant et on retrouve

la loi linéaire de l'ARQS chapitre III page 18 : où L est l'auto-inductance

B. Loi de Lenz-Faraday

C'est Michael Faraday (1791 – 1867) en 1831 qui cherche à faire le lien entre l'électricité et le magnétisme, il pense que si un courant électrique peut créer un champ magnétique alors un champ magnétique doit pouvoir créer un courant électrique

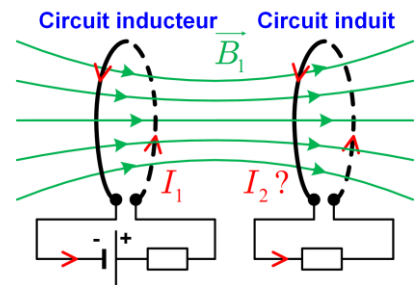
“Ces considérations, et par conséquent, l'espoir d'obtenir de l'électricité par le magnétisme ordinaire, m'ont porté à différentes époques à expérimenter l'**effet inductif** des courants électriques. [...] J'ai trouvé [...] une clef qui m'a paru mettre entièrement à découvert les phénomènes magnétiques de M. Arago et dévoiler un nouvel état qui peut probablement avoir une influence sur quelques-uns des plus importants effets des courants électriques.”

Recherches expérimentales sur l'Electricité, Michael Faraday, novembre 1831

Faraday et l'électricité.mp4

➤ 1^{ère} expérience **ratée** de Faraday (schéma ci-contre) :

Etant donné l'équivalence entre un aimant et une spire, alimentée par un générateur, la boucle de courant d'intensité I_1 engendre un champ magnétique



$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m_1}{z^3} \vec{e}_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 S}{z^3} \vec{e}_z \text{ où } S \text{ est la surface de la spire } \approx \pi R^2 \text{ pour un rayon } R$$

Faraday pense que ce champ magnétique **stationnaire** \vec{B}_1 passant dans le 2^{ème} circuit devrait créer un courant I_2 qu'on appelle courant **induit**. Ce courant induit existe mais ne dure qu'un court instant, le temps d'.....

On peut remplacer le circuit inducteur par un aimant permanent, même échec. Lorsque le champ est établi, en régime **permanent**, il n'y a pas de courant, $I_2 = 0$.

1. Loi de Faraday (1831)

Pourquoi le courant ne circule pas lorsque le champ magnétique est établi ?

Le régime est la clé du problème. Pour créer un courant à partir d'un champ magnétique *i.e.* créer un courant **induit** i , la grandeur doit intervenir.

Faraday énonce sa loi comme suit : *“L'intensité du courant électrique est proportionnelle au nombre de lignes de champs coupées par unité de temps”*, Michael Faraday, 1831.

1) Faraday n'était pas du tout mathématicien mais il visualisait les phénomènes. Il voyait les lignes de champ “coupées” par la surface S du circuit induit. Donc plus $S \nearrow$, plus le nombre de lignes coupées est grand, plus l'intensité i sera grande. On admet que $i \propto \vec{S}$

2) Les lignes de champ par unité de temps correspondent à la

L'intensité du courant induit est donc tel que :

On en déduit que

(dérivée du flux)

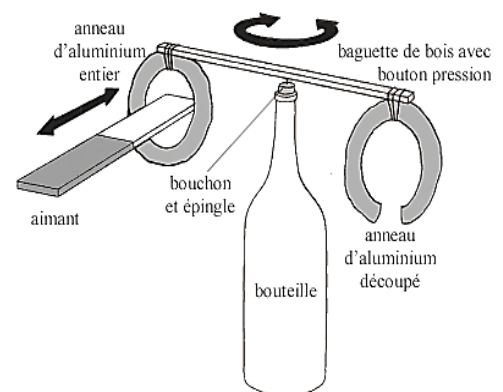
2. Loi de Lenz (1834)

Que vaut le coefficient de proportionnalité K ? Est-il positif ? Négatif ?

➤ 2^{ème} expérience **ratée** de Faraday (schéma ci-contre) :

[Expérience de Lenz.mp4](#)

Un anneau en aluminium à gauche se déplace sous l'effet d'un aimant. L'aluminium **n'est pas** un matériau ferromagnétique *i.e.* il ne peut pas être aimanté de manière permanente, et il **n'est pas** non plus alimenté par un courant électrique. Que se passe-t-il ?



Par contre, l'anneau coupé à droite ne se déplace pas.

Il s'agit bien d'un problème de à l'intérieur de l'anneau d'aluminium.

Faraday tente l'expérience mais elle ne fonctionne pas car elle manque de sensibilité.

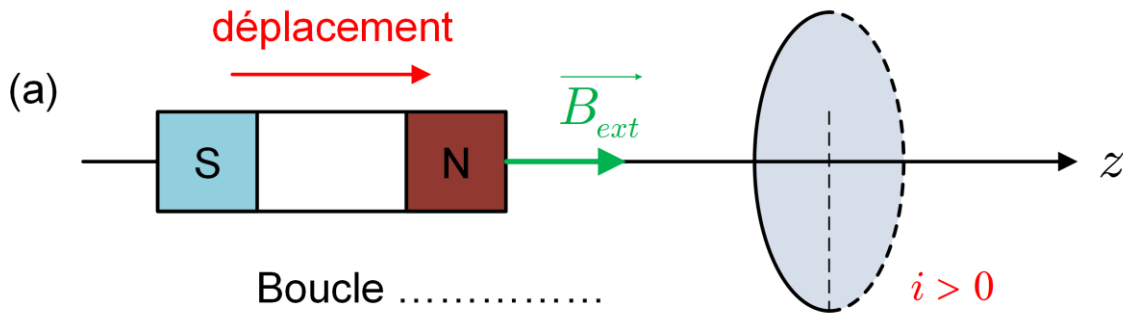
C'est Lenz, physicien russe, qui parvient à observer le phénomène décrit précédemment.

Soit Oz l'axe de symétrie de l'anneau.

Le champ magnétique **extérieur** $\vec{B}_{ext} = B_{ext} \vec{e}_z$ crée un courant **induit** d'intensité i dans l'anneau. Cet anneau se comporte comme une spire de courant de surface S d'axe Oz .

L'anneau crée alors un champ magnétique **induit** qui n'est autre que le champ propre :

$$\vec{B}_{ind} = \vec{B}_{pr} = \pm \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2m}{z^3} \vec{e}_z = \pm \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2iS}{z^3} \vec{e}_z \text{ en choisissant } i > 0.$$

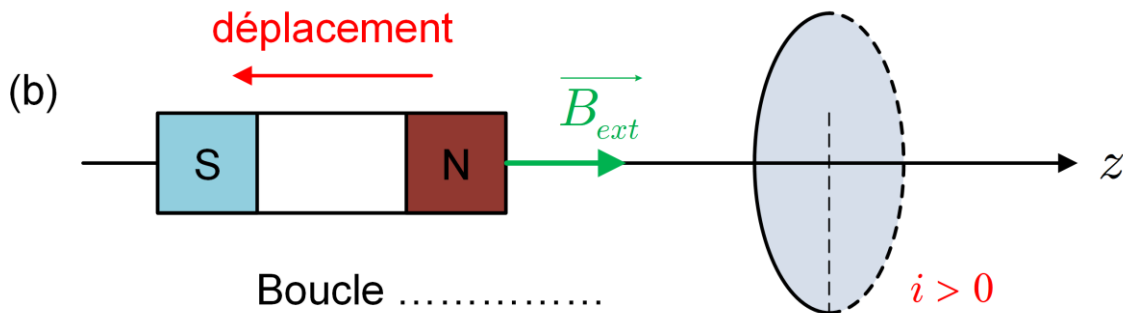


(a) En approchant l'aimant, . L'anneau est comme deux

aimants **en sens opposé** donc \vec{B}_{ind} \vec{B}_{ext} donc \vec{B}_{ind} est selon .

On schématise alors le courant induit tel que $i > 0$ selon \vec{B}_{ind} avec la règle du tire-bouchon.

La surface S est telle que $\vec{S} =$ donc $\Phi =$ $\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} =$



(b) En éloignant l'aimant, . L'anneau est comme deux aimants

dans le même sens donc \vec{B}_{ind} est dans que \vec{B}_{ext} donc \vec{B}_{ind} est selon .

On schématise alors le courant induit tel que $i > 0$ selon \vec{B}_{ind} avec la règle du tire-bouchon.

La surface S est telle que $\vec{S} =$ donc $\Phi =$ $\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} =$

L'intensité i du courant induit est telle que le champ induit s'oriente toujours dans le **sens** à la variation du champ magnétique extérieur donc :

Loi de modération de Lenz :

.....

3. Force électromotrice (1865)

Systématiquement, si $i > 0$ alors $\frac{d\Phi}{dt} < 0$, on en déduit que $K > 0$

Il faut attendre 1865 pour une formulation mathématique de cette loi par Maxwell.

➤ Analyse dimensionnelle : $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$ donc $[\vec{E}] = \text{V.m}^{-1} =$

$$\left[\frac{d\Phi}{dt} \right] = \text{V} \quad \text{donc } [K] = \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$$

La dérivée du flux du champ magnétique est homogène à une

Le coefficient de proportionnalité est homogène à l'.....

En fait, la variation du flux n'induit pas immédiatement un courant électrique.

Elle induit une tension électrique appelée (**fem**) notée e qui va mettre en mouvement les électrons de l'aluminium et ainsi créer un courant électrique.

Salviati : La **force** électromotrice n'est pas une **force** en N mais bien une tension en V , c'est un vieux terme qu'on a gardé. La **force vive** mv^2 qu'on n'utilise plus et qui vaut 2 fois l'énergie cinétique, n'est pas non plus une force mais une énergie en J .

L'anneau électrique peut être modélisé par un circuit électrique **équivalent** :

- Le courant induit est noté i .
- La force électromotrice est notée e en convention générateur.
- Le matériau aluminium est assimilé à une résistance R_{Al} .
- Les fils de résistance nulle sont purement fictifs.

Loi des mailles en respectant les conventions :

Par analyse dimensionnelle, on admet que $K = \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$ donc $i = \text{A}$

Par identification : (loi de Lenz-Faraday, convention **générateur**)

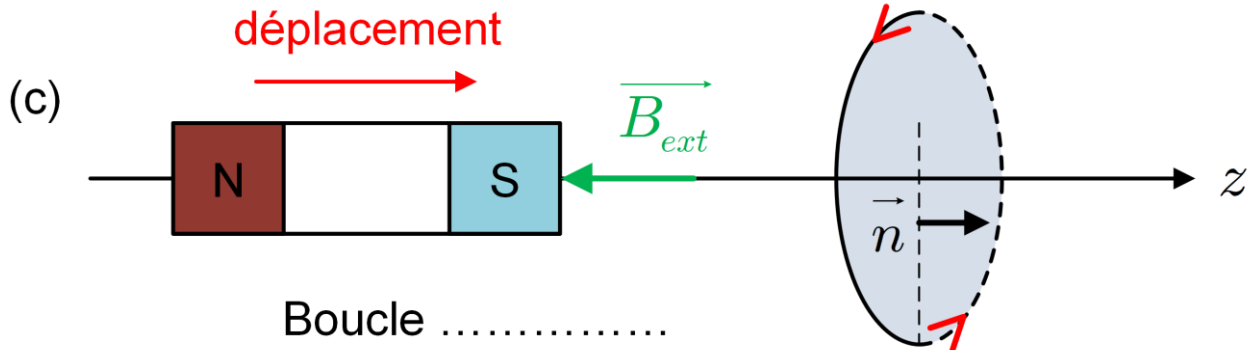
où Φ est le flux **total** du champ magnétique traversant la surface *i.e.* la somme de tous les flux de tous les champs magnétiques que subit le système.

On rappelle les conventions dans le circuit électrique (ARQS chapitre III page 6) :

- **générateur** : tension et courant dans le même sens
- **récepteur** : tension et courant en sens opposé.

➤ Vérification des conventions :

Soit l'expérience de Lenz avec le même anneau d'aluminium mais où on a inversé les pôles de l'aimant tel que $\vec{B}_{ext} = -B_{ext} \vec{e}_z$. On le rapproche de l'anneau tel que B_{ext} augmente :



(c) En approchant l'aimant, $B_{ext} \nearrow$ donc $\frac{dB_{ext}}{dt} > 0$.

1) On choisit un sens de parcours pour la boucle de courant i ne connaissant pas son signe.

Le sens du courant donne aussi le sens de la normale à la surface S : $\vec{S} =$

2) Calcul du flux : $\Phi =$

3) Comme $i > 0$, le sens du courant indique que \vec{B}_{ind} est selon

Les champs extérieur et induit étant, l'aimant va l'anneau.

Ce résultat était prévisible d'après la loi de modération de Lenz : les effets du courant induit *i.e.* par l'anneau s'opposent à la cause qui leur a donné naissance *i.e.* de l'aimant. Dans les expériences (a) et (c), l'anneau perçoit un champ extérieur s'approcher (la cause) alors il cherche à s'en (la conséquence). Dans l'expérience (b), c'est l'inverse, le champ s'éloigne (la cause) donc l'anneau cherche à s'en (la conséquence).

Salvati : @Simplicius @Sagredo Pour ne pas se mélanger dans les signes, il faut se débrouiller pour avoir $i > 0$. Entre les expériences (a) et (c), tout est échangé sauf $i > 0$, les pôles nord/sud de l'aimant, le **sens du courant** horaire/trigo, les sens de \vec{B}_{ext} et \vec{B}_{ind} .

4. Expérience d'Arago (1824)

Vu du référentiel lié à l'aimant *i.e.* du point de vue de l'aimant :

[Une expérience à la façon d'Arago.flv](#)

L'ensemble du raisonnement est **équivalent** en considérant que c'est le circuit qui se Dans l'expérience d'Arago, on considère 2 référentiels : celui de la boussole : et celui du disque de cuivre :

| référentiel | aimant | circuit |
|--|--------|---------|
| point de vue de l'observateur (référentiel terrestre) | fixe | mobile |
| point de vue de l'aimant (référentiel terrestre) | | |
| point de vue du circuit | | |

Le référentiel terrestre est *i.e.* il est dans son référentiel.

Le champ de la boussole est fixe et constant dans le référentiel terrestre mais pas dans le référentiel du disque. Du point de vue du disque, la boussole est **en mouvement** comme dans l'expérience de Lenz, son champ **varie donc avec le temps** et va induire un courant électrique dans le disque de cuivre **en rotation**. Le courant induit dans le cuivre engendre un champ induit qui va interagir avec la boussole et la mettre en mouvement :

...

| | | |
|---|--|--------------|
| expérience | Lenz (1834) | Arago (1824) |
| circuit | fixe | mobile |
| aimant | | |
| champ de l'aimant dans le référentiel terrestre | | |
| aimant vu par le circuit | | |
| champ de l'aimant dans le référentiel du circuit | | |
| conséquences | courant induit créé, champ induit créé, | |

Table des matières

| | |
|---|----|
| I . Actions magnétiques | 1 |
| A . Force de Laplace | 1 |
| 1 . Origine microscopique | 2 |
| 2 . Tige rectiligne..... | 3 |
| 3 . Equation du mouvement | 3 |
| 4 . Puissance de la force..... | 4 |
| B . Couple de Laplace | 4 |
| 1 . Equation du mouvement | 5 |
| 2 . Couple vectoriel..... | 6 |
| C . Influence sur un aimant | 7 |
| 1 . Energie potentielle magnétique | 7 |
| 2 . Equilibres stables et instables..... | 8 |
| 3 . Effet moteur d'un champ magnétique tournant | 9 |
| II . Lois de l'induction | 10 |
| A . Flux d'un champ de vecteurs | 10 |
| 1 . Différentes surfaces planes..... | 11 |
| 2 . Flux du champ d'un solénoïde | 12 |
| B . Loi de Lenz-Faraday | 12 |
| 1 . Loi de Faraday (1831)..... | 13 |
| 2 . Loi de Lenz (1834)..... | 13 |
| 3 . Force électromotrice (1865)..... | 14 |
| 4 . Expérience d'Arago (1824) | 16 |
| Table des matières..... | 18 |