Chapitre VI
Mécanique des astres

Dans ce chapitre, on complète le chapitre précédent de mécanique du point avec les aspects spécifiques du ……………………………………… En effet, le mouvement des astres tels que la Lune autour de la Terre, la Terre autour du Soleil, le Soleil autour du centre de la galaxie ou encore celui des comètes sont dus à l'interaction gravitationnelle, une force centrale.

Relire le chapitre I Cinématique du point

Terminale (spé)

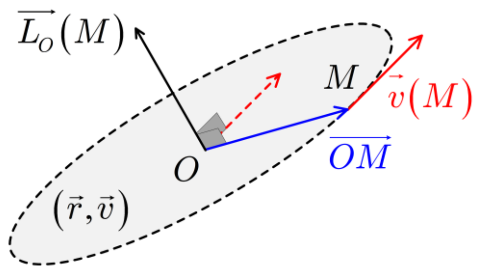
- Montrer que le mouvement dans un champ uniforme est **plan**.
- Établir et exploiter les équations horaires du mouvement.
- Établir l'équation de la trajectoire.
- Mouvement des satellites et des planètes.
- Orbite. **Lois de Kepler**.
- Période de révolution. Satellite géostationnaire.
- Déterminer la vitesse et l'accélération du centre de masse dans un champ de gravitation.
- Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire.

Sauf remarque particulière, tous les systèmes mécaniques de ce chapitre seront assimilés à des **……………………**, en particulier les planètes et les astres assimilées à leur centre.

I . Mouvement à force centrale

En coordonnées cylindriques, on a vu qu'un mouvement à force centrale conserve son moment cinétique :

$$\overrightarrow{L_O}(M) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p}(M) = mr^2\dot{\theta}\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{cste}$$



On pose : $\boxed{}$ avec C en **…………**

On a donc $\overrightarrow{L_O}(M) = \ldots\ldots\overrightarrow{e_{\ldots}}$ ou encore pour la coordonnée selon l'axe Oz :

$\boxed{}$ avec C 0 si la rotation est en sens horaire et C 0 en sens trigonométrique.

A . Formules de Binet (1837)

J.P.M. Binet propose de simplifier astucieusement les expressions polaires de la vitesse et de l'accélération afin d'obtenir plus facilement l'équation polaire du mouvement $r(\theta)$.

Objectif : exprimer la vitesse et l'accélération en fonction de C et de $u(\theta), u'(\theta), u''(\theta)$

On pose $\boxed{}$ et donc $C = \ldots\ldots \Rightarrow$ $\boxed{\dot{\theta} = }$

➢ **Calculer pour le fun** $\dot{u} = \dfrac{du}{dt}$ **puis** $\ddot{u} = \dfrac{d^2u}{dt^2}$ **en fonction de** $r, \dot{r}, \ddot{r}$ **et de** C, u, u', u'' **:**

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\ldots}\right) = -\frac{\ldots}{\ldots^{\ldots}}$$

$$\ddot{u} = \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\ldots}{d\ldots}\right) = \frac{d}{dt}\left(-\frac{\ldots}{\ldots^{\ldots}}\right)$$

$$= -\frac{}{r^{\ldots}} = \frac{2}{r^{\ldots}}$$

$$\dot{u} = \frac{du}{dt} = \frac{du}{d\ldots}\frac{d\ldots}{dt} = \ldots\,\dot{\theta} = C\ldots\ldots$$

$$\ddot{u} = \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{d\dot{u}}{dt} = \frac{d\dot{u}}{d\ldots}\frac{d\ldots}{dt}$$

$$= C\Big($$

➢ **Calculer pour la suite** $\vec{v}(M)$ **puis** $\vec{a}(M)$ **en fonction de** C, u, u', u'' **:**

$\boxed{\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{e_r} = \frac{1}{u}\overrightarrow{e_r}}$ d'où :

$$\vec{v}(M) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} =$$

$$\vec{a}(M) = \frac{d\vec{v}(M)}{dt} =$$

L'accélération est uniquement …………… pour un mouvement à force centrale.

B . Equation polaire du mouvement

La 2ème loi de Newton ou PFD donne : $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} =$

Or $m = cste$ donc $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} =$

Par identification, $\Rightarrow$ $\boxed{}$

Grâce aux formules de Binet, on aboutit à une équation différentielle …………, du …ème ordre, à coefficients ……………, ……… second membre. Ici, la forme canonique est telle que $\omega_0^2 = \ldots$ L'inconnue et future solution est $u(\theta)$. On sait résoudre ce type d'équation.

➢ La solution ……………… s'écrit : $u_h(\theta) =$ où $A, B, U, \varphi \in \mathbb{R}$.

On sait qu'on peut ramener une somme de cosinus à un seul (ch. II Optique p.10).

➢ La solution ………………… s'écrit : $u_p(\theta) =$

$= \dfrac{K}{mC^2}$ et puisque $u_p'' = \ldots$, $u_p(\theta) =$ $\boxed{ = }$ où p est appelé ……………… en …

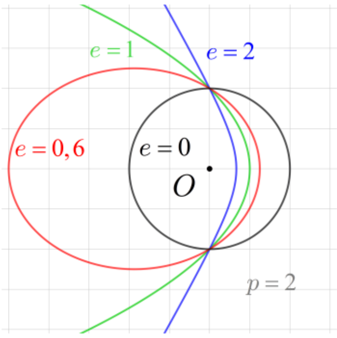
Vérification de l'unité de p : $[p]=$. p est une ………………

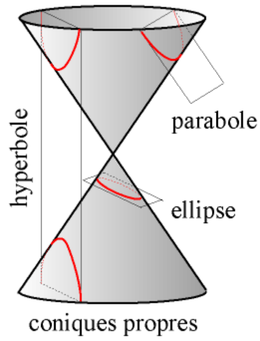
➤ La solution **générale** s'écrit donc : $u(\theta)=$

On pose $\boxed{}$ d'où ⇒ $\boxed{}$

Il s'agit de l'équation polaire d'une ……………………….. où e est appelé ……………………..
Selon les valeurs de la constante e, on peut avoir 4 trajectoires possibles :

trajectoire	excentricité





Pour un **satellite**, naturel comme la Lune, artificiel, ou pour un objet quelconque soumis à la force gravitationnelle terrestre, les trajectoires possibles autour de la Terre sont l'une de ces ……………… selon les valeurs de ……………………. e et dans le cas où $C \neq 0$.

➤ Comparaison des mouvements :

mouvement…	… à force constante	… à force centrale
exemples		
vecteur-accélération		
trajectoire		
trajectoire particulière		
repère le plus approprié		

Un mouvement à force constante est un ………………………………………………………….

Salviati : La force de Lorentz électrique $q\vec{E}$ avec un champ $\vec{E}$ constant n'est qu'un cas particulier de la force électrostatique de Coulomb, tout comme le poids $m\vec{g}$ avec un champ $\vec{g}$ constant qui n'est qu'un cas particulier de la force gravitationnelle de Newton.

II . Approche énergétique

Pour étudier de façon générale le problème, on exprime l'**énergie potentielle** avec u :

gravitation	électrostatique
Newton (1687)	Coulomb (1785)
force : $\vec{F} = -G\dfrac{mm'}{r^2}\vec{e_r}$	force attractive : $\vec{F} = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\lvert q\rvert\lvert q'\rvert}{r^2}\vec{e_r}$
généralisation : $\vec{F} = -\dfrac{K}{r^2}\vec{e_r} =$	
$E_{PG} =$	$E_{PE} =$
généralisation : $E_P =$	avec $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,E_P$

Les forces centrales Newtonienne ou Coulombienne sont des forces .... car elles dérivent d'une énergie potentielle E_P (chapitre III page 8).

A . Energie potentielle effective

1 . Conservation de l'énergie mécanique

L'**énergie cinétique** du point M s'écrit par définition puis en fonction de u et u' :

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 =$$

Or $u =$

Et $u' =$

De plus, $\Leftrightarrow$ $\boxed{\quad \Leftrightarrow \quad}$ $\Leftrightarrow$

Donc $E_C =$

L'**énergie mécanique** du point M s'écrit par définition :

$E_m =$

L'énergie mécanique est .... pour une force centrale conservative.

2 . Etude de l'énergie potentielle

L'énergie mécanique s'écrit aussi en fonction de $r, \dot{r}, \dot{\theta}$ et sachant que $\dot{\theta} = \dfrac{C}{r^2}$:

$E_m =$

En coordonnées cylindriques, on ramène le problème de trajectoire conique à un problème à une seule variable r tout comme des problèmes déjà vus en mécanique :

problème	variable	énergie cinétique	énergie potentielle
masse-ressort	x		
pendule simple	θ		
force centrale	r		

On définit l'énergie cinétique ……………… : $E_{Ceff} =$

On définit l'**énergie potentielle ………………** : $E_{Peff} =$

On cherche les équilibres stables ou instables :

… *(équivalence des relations)*

… *(implication)*

Il existe un ……………………………………………… : la distance OM est égale au …………………………………… pour un mouvement à force centrale.

$E_{Peff}(r = p) =$

L'énergie potentielle effective est ……………… au point d'équilibre.

- $\lim\limits_{r \to 0^+} E_{Peff} =$ après factorisation par le terme de plus haut degré
- $\lim\limits_{r \to +\infty} E_{Peff} \approx$, cohérent avec le minimum de la courbe $E_{Peff}(r = p) < 0$.

Il ne s'agit pas d'un puits de potentiel classique car $E_P \neq +\infty$ pour $r \to +\infty$ ce qui laisse la possibilité de "sortir de la convexité" si l'énergie mécanique est suffisante.

énergie mécanique	excentricité	trajectoire

L'objectif est d'étudier les différentes trajectoires possibles en fonction des différentes valeurs de l'énergie mécanique $E_m = \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$

D'après le chapitre III page 17, pour une énergie mécanique donnée, on sait que l'intersection entre l'énergie mécanique et la courbe d'énergie potentielle correspond à un ……………………………… Cependant, ce n'est pas l'énergie potentielle mais l'énergie potentielle **effective** donc c'est un ……………………… **………………** ……… *i.e.* un point où l'énergie cinétique **effective** est nulle *i.e.* un point où ……………… **…………** ……………

Sur la courbe,

B . Etat de diffusion

➢ Lorsque l'énergie mécanique est suffisamment **importante** *i.e.* correspondant à une valeur $E_m = E_1 > 0$ sur le graphique, les valeurs possibles de rayons vont ……………………………………………………

Graphiquement, $E_m > 0 \quad \Leftrightarrow$ et $\boxed{\text{si } r = r_{\min} \text{ alors } \dot{r} = \ldots}$

Le point M décrit alors une trajectoire **………………………** : près du point O, le point M est soumis à son attraction ce qui ………………………… Loin du point d'attraction, le mouvement tend vers un mouvement **……………………** : mathématiquement, cela correspond aux 2 ……………………………………… et physiquement, cela correspond au fait que le point M n'est pratiquement plus soumis à la force centrale imposé par O. C'est le mouvement de certaines comètes qui ne passent qu'une fois dans le système solaire.

➢ Lorsque $E_m = E_2 = 0 \quad \Leftrightarrow$

Le point M décrit alors une trajectoire ………………………. pour laquelle on aura aussi un rapprochement de M à proximité de O puis un éloignement mais sans jamais tendre vers un mouvement ………………… car l'énergie mécanique limite n'est pas assez importante.

➢ Lorsque $E_m \geq 0$, le point M a une énergie suffisante pour ……………………………… du point O même si sa trajectoire s'en trouve modifiée, on parle d'**état de ………………** en référence aux chocs élastiques où la particule est **diffusée** sous l'effet d'une force centrale.

C . Etat lié

➢ Lorsque l'énergie mécanique n'est pas suffisante pour s'échapper de l'attraction du point O *i.e.* lorsque l'énergie mécanique correspond à une valeur $E_3 < 0$ sur le graphique, les valeurs possibles de rayons vont ……………………………………………………………………

Le point M décrit alors une trajectoire ………………
C'est la trajectoire des planètes, des satellites et des comètes qui reviennent périodiquement dans le système solaire comme la comète de Halley. Sur le schéma, on aura choisi la constante d'intégration φ liée à l'équation polaire $r(\theta)$ telle que $\varphi = 0$.

La trajectoire de M tourne autour du ………………………… qu'on appelle plutôt point F.
En général, on distingue le point F qui reste l'origine du repère cylindrique $\overrightarrow{FM} = r\overrightarrow{e_r}$ et le nouveau point O qui correspond au centre de l'ellipse. Graphiquement :

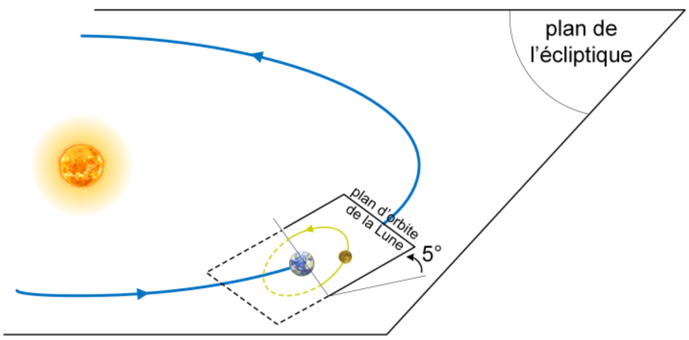
$E_m < 0 \quad \Leftrightarrow$ et $\boxed{\text{si } r = r_- \text{ ou } r = r_+ \text{ alors } \dot{r} = \ldots}$

D'après l'équation polaire : $r_+ =$ et $r_- =$

Culture scientifique :

Comme tout mouvement à force centrale, le mouvement de la Terre autour du Soleil est plan : le centre de la Terre reste dans un même plan qui contient toute l'orbite de la Terre ainsi que le centre du Soleil.

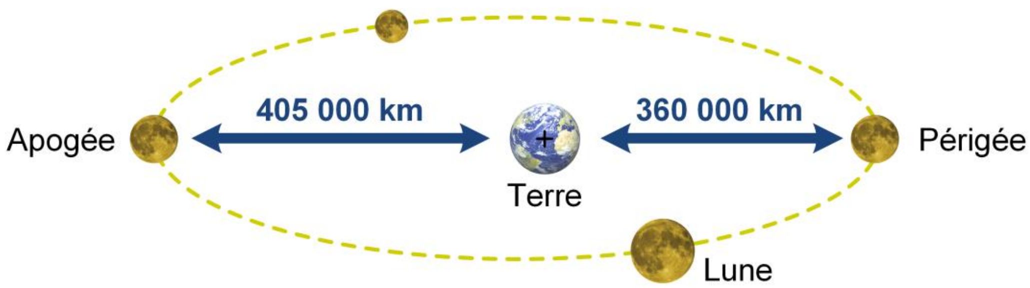
Ce plan est appelé l'……………………



L'orbite de la Lune est aussi plane et elle fait un angle de 5° avec l'écliptique.

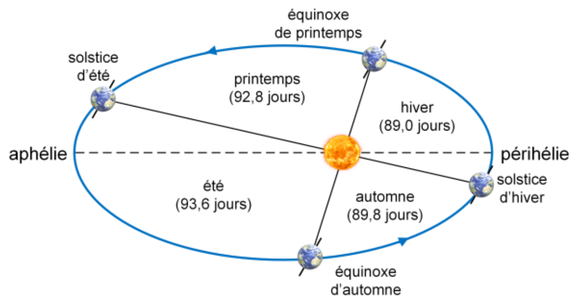
Chaque satellite terrestre comme la Lune en orbite elliptique autour de la Terre passe par un **……………** : position la plus proche r_- et un **……………** : position la plus lointaine r_+.

Les marées hautes et basses sont dues à la position de la Lune par rapport à la Terre, les coefficients des marées sont dus aux variations de la distance Terre-Lune.



Il en est de même pour la Terre autour du Soleil qui possède un **………………** et un **………………**

@Simplicius Les saisons sont dues à l'inclinaison de la Terre et non à la distance Terre-Soleil. Cependant, cela a une importance sur la durée des saisons et sur le fait qu'en Australie, les saisons sont **plus prononcées** : l'été est ……………… et l'hiver est …………… qu'en France pour les mêmes latitudes nord/sud car les Australiens sont "plus proches" du Soleil en été alors que les Français sont "plus loin" en été.



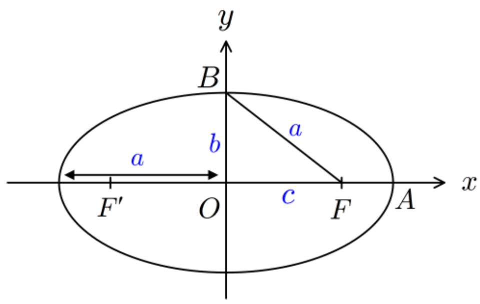
Saisons de l'hémisphère nord

Le **demi-grand axe** d'une ellipse se note a (chapitre I page 12), on a donc $r_+ + r_- =$

D'où …

L'énergie mécanique en mouvement elliptique s'écrit :

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}\frac{K}{p}\left(e^2-1\right) = -\frac{K}{2}\frac{1-e^2}{p} = -\frac{K}{2a}}$$



Par ailleurs, $r_+ r_- =$ or $a =$

Donc $r_+ r_- =$

Les longueurs r_+ et r_- sont positives et le produit $r_+ r_-$ est bien positif puisque $E_m < 0$.
On obtient alors une 3ème expression pour l'énergie mécanique :

$$\boxed{\quad}$$

➢ Lorsque $E_m = E_4 =$ $\Leftrightarrow$ avec $\boxed{\dot{r} = 0, \forall t}$

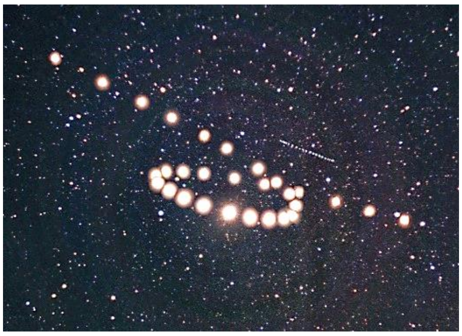
Le point M décrit une trajectoire **………………** pour laquelle le rayon est constant : $r =$

Salviati : On retrouve ce résultat en prenant $e = 0$ dans l'expression de l'équation $r(\theta)$.

➢ Lorsque $E_m < 0$, le point M n'a pas l'énergie suffisante pour échapper à l'attraction du point O ou F, on parle d'**état ………** où le point M reste ……………………………………

D . 1ère et 2ème Lois de Kepler (1609)

On s'intéresse plus particulièrement aux planètes tournant autour du Soleil. C'est la **…………………………. de Mars** dans le ciel terrestre qui a conduit les premiers observateurs : Ptolémée pour le géocentrisme, Copernic pour l'héliocentrisme, et Kepler pour les ellipses à chercher des modèles toujours plus précis et plus réalistes pour décrire ce phénomène apparent vue depuis la Terre.



1ère loi de Kepler, la loi des orbites :
"L'orbite de chaque planète est une ellipse dont le Soleil est l'un de ses deux foyers."

Il s'agit de l'énoncé **original** traduit de l'allemand. Il faut considérer les planètes et le Soleil assimilés à des points matériels et c'est le **……………………………** qui décrit une ellipse autour du **……………………………** qui est un des ………………………………

Pendant un instant infinitésimal dt, le point M balaie une aire infinitésimale dA du plan xOy.

$$dA = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} =$$

Pour une aire $A(t)$ balayée pendant un temps t, on peut voir que sa dérivée $\dot{A}(t)$ va s'écrire :

$$\dot{A} =$$

$\dot{A}$ est ………………………………………… en m^2.s^{-1} *i.e.* la **……………………..** Comme C vaut 2 fois la vitesse aréolaire, on l'appelle la **………………………………**

L'aire balayée par le point M est donc **…………………………** au temps : $A(t) =$

où t est le temps pris depuis l'origine des temps en supposant qu'en $t = 0$, $A = 0$.

2ème loi de Kepler, la loi des aires : *“La ligne qui joint une planète avec le Soleil balaye des aires égales durant des intervalles de temps égaux”*

Soit un même temps τ pendant lequel on parcourt les longueurs d’arc $\widehat{L}_1$ et $\widehat{L}_2$. D’après la 2ème loi de Kepler *i.e.* la loi des aires, les aires A_1 et A_2 sont ……………

La vitesse **moyenne** pour balayer A_1 est :

La vitesse **moyenne** pour balayer A_2 est :

Schéma <u>pas du tout</u> à l’échelle

On remarque que l’arc $\widehat{L}_1$ qui intercepte A_1 est plus grand que l’arc $\widehat{L}_2$ qui intercepte A_2 :

$$\widehat{L}_1 > \widehat{L}_2 \quad \Rightarrow$$

Grâce à la loi des aires, on peut facilement se rendre compte que le point M accélère à proximité du foyer F, ou S sur le schéma, et décélère lorsqu’il s’en éloigne.

Plus $r \searrow$, plus $E_P \searrow$ car $E_P = -K/r$, plus $E_C \nearrow$ car $E_m = cste$ et plus $v \nearrow$.

Pour une trajectoire elliptique, parabolique ou hyperbolique, ……………………… ……………………………………………………………………………………………………

Pour une trajectoire circulaire, les foyers sont …………………………………… de l’ellipse :

$$A_1 = A_2 \quad \Rightarrow \qquad\qquad \Rightarrow \qquad\qquad \Rightarrow$$ La vitesse est …………………

……………………………………………………………………………………………………

III . Mise en orbite d’un satellite

Objectif : Déterminer les vitesses et les énergies nécessaires pour mettre un satellite assimilé à un point M de masse m en orbite circulaire ou elliptique autour de la Terre.

A . Mouvement circulaire à force centrale

La 2ème loi de Kepler ou loi des ……… permet de montrer qualitativement que la vitesse est constante, il est possible de le retrouver par les lois de Newton. Le mouvement est supposé circulaire de rayon R qui vaut le rayon terrestre R_T plus l’altitude qu’on note h.

1 . Mouvement uniforme

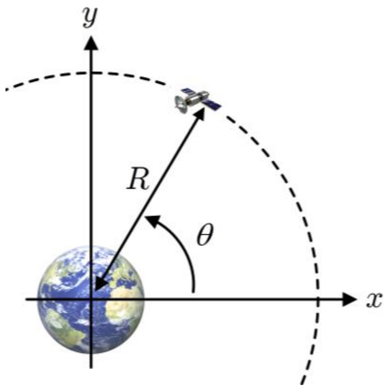
Système : {satellite ou point M}.
Référentiel : **……………………** supposé galiléen. *Repère :* cylindrique

➢ *Bilan des forces :* forces de gravitation…

↳ … terrestre : $\overrightarrow{F_{T/M}} = -G\dfrac{mm_T}{R^2}\overrightarrow{e_r} = -\dfrac{K}{R^2}\overrightarrow{e_r}$ avec $K =$ et $R =$

↳ … lunaire : $\left\|\overrightarrow{F_{L/M}}\right\| = \dots\dfrac{\dots\dots}{D_{L\leftrightarrow M}{}^2}$ avec L centre de la Lune

↳ … solaire : $\left\|\overrightarrow{F_{S/M}}\right\| = \dots\dfrac{\dots\dots}{D_{S\leftrightarrow M}{}^2}$ avec S centre du Soleil



➢ *Ordres de grandeur des forces de gravitation :*

$m_T = 5{,}98.10^{24}$ kg,

$m_L = 7{,}35.10^{22}$ kg, $D_{L\leftrightarrow M} \approx 3.10^8$ m (300 mille kilomètres)

$m_S = 2{,}0.10^{30}$ kg, $D_{S\leftrightarrow M} \approx D_{S\leftrightarrow T} \approx 1{,}5.10^{11}$ m (150 millions de kilomètres)

Le satellite ne peut pas tourner dans la Terre et il se trouve au-delà de toutes les couches atmosphériques pour éviter les échauffements donc on note que

On choisit $R \approx 60\ 000\,\text{km} = 6.10^7$ m, c'est une valeur qui majore la distance R car la plupart des satellites sont plutôt à des altitudes ………………………………………

$$\frac{\left\|\overrightarrow{F_{L/M}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{F_{T/M}}\right\|} = \qquad \text{et} \qquad \frac{\left\|\overrightarrow{F_{S/M}}\right\|}{\left\|\overrightarrow{F_{T/M}}\right\|} =$$

La force de gravitation lunaire est ……………………… dans une large mesure.
La force de gravitation solaire l'est ……………………… mais c'est en fait un faux problème car le référentiel géocentrique choisi n'étant pas galiléen à cause de la révolution de la Terre, cette force de gravitation solaire est compensée par une force d'inertie géocentrique.

On néglige les effets de ……………………………………………… sur le satellite.

➢ *2ème loi de Newton :* $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = \overrightarrow{F_{T/M}} = -\dfrac{K}{R^2}\overrightarrow{e_r}$ avec $\vec{a} =$

Dans le repère cylindrique : $\left\{ \begin{array}{l} \qquad (1) \\ \qquad (2) \end{array} \right.$ car $r = R \quad \Rightarrow \dot{r} = 0 \quad \Rightarrow \ddot{r} = 0$

$(2) \quad \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \quad \Rightarrow \dot{\theta} = cste$. La vitesse angulaire est **……………** telle que $\left|\dot{\theta}\right| = \dots$ en rad.s⁻¹.

Donc $\vec{v}(M) = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta} \quad \Rightarrow$ $\boxed{\qquad\qquad}$

La norme de la vitesse est **constante**, le mouvement est donc bien **……………………**

2 . 3ème loi de Kepler : la loi des périodes

On utilise le lien entre pulsation ou norme de la vitesse angulaire et période : $\omega = \frac{\cdots\cdots}{T}$.

(1) $\Rightarrow$ et sachant que $K = Gmm_T$:

(3ème loi de Kepler)

(1) $\Rightarrow$ car $E_P = -\frac{K}{R}$

L'**énergie mécanique** s'écrit : $E_m = E_C + E_P =$ donc

$E_m =$

Analogie simpliste entre mouvement circulaire et mouvement elliptique :

circulaire	elliptique

Pour une planète de masse m tournant autour du Soleil de masse m_S : $K = Gmm_S$ d'où :

(voir TD4)

3ème loi de Kepler, la loi des périodes :

"Le carré de la période orbitale d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe de l'orbite."

B . Mise en orbite

Pour mettre en orbite un satellite, il est nécessaire qu'il conserve une orbite elliptique ou circulaire pendant la durée de mise en orbite. Il doit rester dans un ………………

1 . Vitesse de libération

Pour conserver un ………………, il ne faut pas atteindre un ……………………… *i.e.* ne pas atteindre une vitesse suffisamment grande pour s'échapper de l'attraction terrestre.

La limite de vitesse correspond à la trajectoire .... pour laquelle l'énergie mécanique est .... La vitesse de libération ou d'évasion notée v_l est telle que :

… (vitesse de libération)

La vitesse d'évasion **au sol** d'un engin spatial est telle que $R \approx R_T = 6370\ \text{km}$ d'où :

… avec $G = 6{,}67.10^{-11}\ \text{m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$

➢ $v > v_l$: la trajectoire sera une ....
➢ $v = v_l$: la trajectoire sera une ....
➢ $v < v_l$: la trajectoire du satellite sera une ....

2 . Vitesse de satellisation

D'après la 1ère équation du mouvement circulaire, on avait :

(1) $\Rightarrow$ (vitesse de satellisation)

Il s'agit de la vitesse de .... *i.e.* la vitesse de révolution du satellite autour de la Terre. On a bien sûr : $\forall R,\ v < v_l$, cette vitesse est inférieure à la vitesse de libération.

Plus le satellite est proche de la Terre, plus sa vitesse sera grande : $R \searrow \ \Rightarrow \ v \nearrow$.

Un objet en orbite rasant la surface de la Terre sans toucher le sol devrait aller à :

… (Mach 23 !)

https://www.youtube.com/watch?v=cnbViuUIKes

Cette vitesse ne peut être atteinte compte tenu des obstacles sur le chemin et surtout de la combustion spontanée due au contact avec le dioxygène de l'air appelée mur de la chaleur (Mach >5).

Une orbite rasante est ...., l'objet finit par ralentir et tomber au sol.

Salviati :

L'équation radiale (1) du mouvement circulaire a été utilisée 3 fois : ➷ pour établir la ème loi de Képler ➷ pour établir l'expression de l'énergie .... ➷ pour établir l'expression de la vitesse de .... L'équation orthoradiale (2) a servi à montrer que le mouvement est uniforme.

3. Période de satellisation

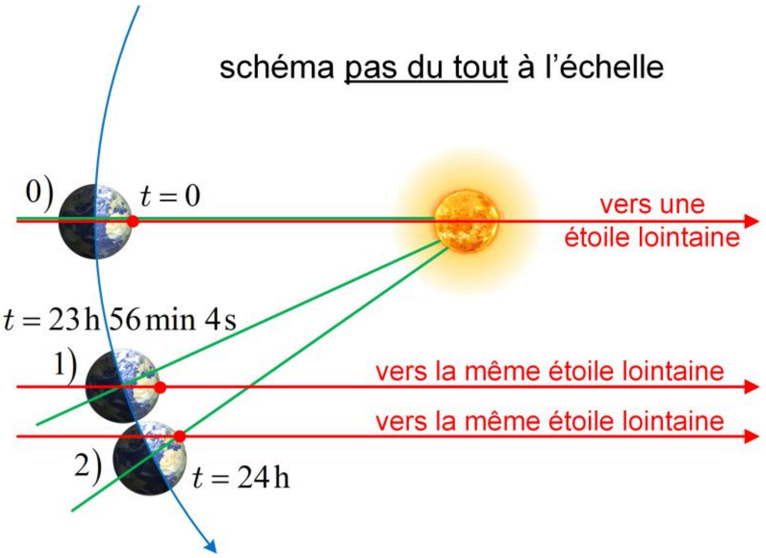
D'après la 3ème loi de Kepler, $\Rightarrow$ $\boxed{}$ (période de satellisation)

Ordres de grandeur de satellites terrestres avec des trajectoires supposées circulaires :

satellite	lancement	utilité	altitude $R - R_T$ (km)	vitesse v (10^4 km.h^{-1})	période T
Hubble	1990	imagerie	600	2,72	1h36min
Geoeye	2008	Google	690		
COBE	1989	fond diffus	900	2,67	1h43min
Block	1978	GPS	20200	1,39	11h58min
Meteosat	1977	météo	35800		

Les 3 premiers sont en **orbite …………**, proche de la Terre, les satellites de localisation sont en orbite moyenne et les satellites météorologiques sont en orbite ……………………

4. Energie de satellisation



Jour solaire et jour sidérale.mkv

0) Il est midi au point rouge ET le point rouge fait face à une étoile lointaine

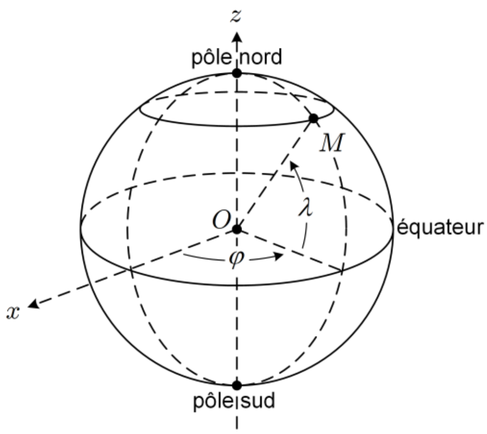
1) Le point rouge fait face à la même étoile lointaine : la Terre a fait …………………………

2) Il est de nouveau midi au point rouge : la Terre retrouve sa position par rapport …………

La Terre tourne sur elle-même en un peu moins de 24 h : 23,93 h pour être plus précis :

…

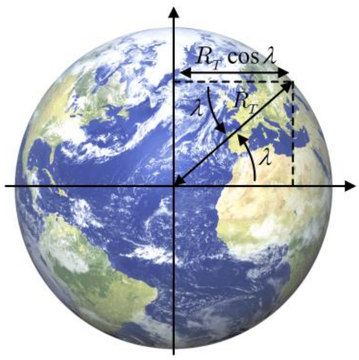
Cette durée est appelée **jour ……………**, c'est le temps mis par un point sur Terre pour retrouver sa position face à une étoile lointaine. Il lui faut encore 0,07 h soit 4 minutes pour retrouver sa position face …………… qu'elle avait avant sa rotation car elle s'est déplacé entre temps sur son orbite, ce qui fait alors 24h soit 86400 s, c'est le **jour ……………** *i.e.* le temps mis par un point sur Terre pour retrouver sa position face au Soleil.



Tous les objets à la surface de la Terre sont en mouvement circulaire autour de l'axe de rotation de la Terre. Ils sont immobiles dans le référentiel terrestre mais pas dans le référentiel géocentrique c'est pourquoi les fusées qui décollent verticalement dans le référentiel terrestre ont en réalité une trajectoire ………………… dans le référentiel géocentrique.

Leur vitesse dépend de la **……………** *i.e.* l'angle λ que fait le vecteur-position avec la direction centre-équateur.
La **……………………** est l'angle φ que fait le vecteur-position par rapport à l'axe Ox.

La vitesse v_i supposée constante d'un objet à la surface de la Terre et à l'équateur $v_i^{\text{éq}}$ est simplement le rapport entre le périmètre terrestre et le jour sidéral :



… avec $\boxed{\omega_T = \dfrac{2\pi}{T}}$

Un objet à une altitude λ parcourt un cercle de rayon ……………… pendant une durée T. Au Havre, on a $\lambda = 49{,}5°$, d'où :

…

L'énergie **initiale** E_m^i d'un satellite vaut au sol dans le référentiel géocentrique :

…

L'énergie **finale** E_m^f correspond à l'énergie liée au mouvement circulaire soit :

…

D'où …

L'**énergie de satellisation** est ΔE_m nécessaire pour mettre un satellite en orbite.

Plus on est proche de l'Equateur, plus λ est petit, plus la vitesse sur Terre est grande, moins on a besoin d'énergie à fournir par les moteurs de propulsion c'est pourquoi les bases de lancement sont à des ……………………… comme Kourou en Guyane (5°) proche de l'équateur pour la France, ou Cap Canaveral en Floride (28°) pour les USA.
Tous les lancements se font **vers l'Est**, jamais vers l'Ouest, pour utiliser l'énergie cinétique initiale due à la rotation de la Terre qui tourne d'Ouest en Est, de notre point de vue…

C . Satellite géostationnaire

Un satellite est **géostationnaire** ………………………………………………………………

1) En conséquence, il doit toujours se trouver à la verticale du **………………………………… de la Terre** et tourne donc à la même vitesse angulaire ω_T que la Terre.

Pour se maintenir au-dessus du même point terrestre, il faut que la période de révolution du satellite soit le même que celui de la Terre : $T \approx 23\text{h}\ \ 56\text{min}\ \ 4\,\text{s} = 86164\,\text{s}$.

2) Comme le satellite tourne autour de la Terre en restant toujours au-dessus du même point, sa trajectoire appartient à un plan **……………………………………… de la Terre**.

3) Ce plan doit contenir le foyer de l'ellipse ou centre du cercle *i.e.* **…………… de la Terre**.
Il n'existe qu'un seul plan à la fois orthogonal à l'axe de rotation de la Terre et en même temps contenant le centre de la Terre : la trajectoire du satellite géostationnaire est donc forcément comprise dans **……………………………………………………**

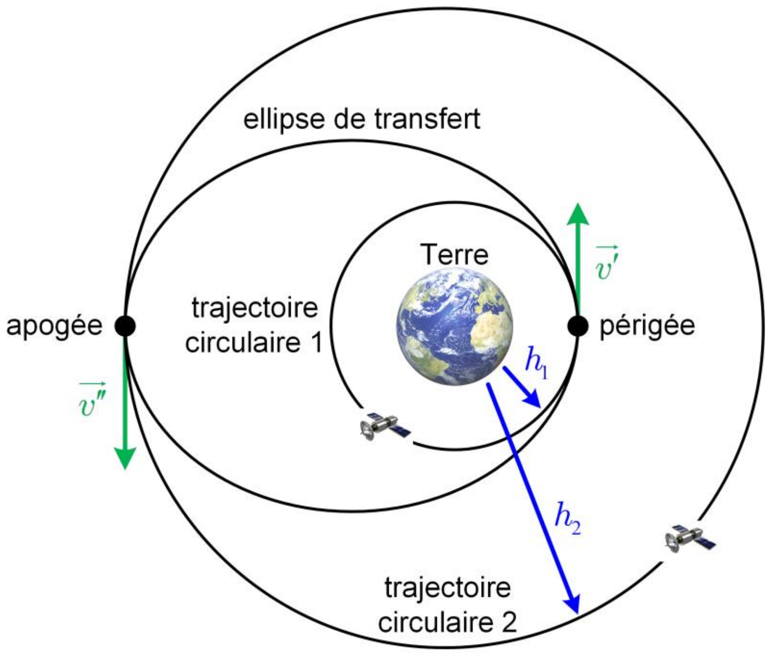
D'après la 3ème loi de Kepler, …

Un satellite géostationnaire est donc à une altitude $R - R_T \approx$

Les satellites Météosat lancés par Ariane 4 (premier vol en 1992) et par Ariane 5 (premier vol en 1996) sont en orbites **géostationnaires** au-dessus de la France.

Il existe 3 phases pour mettre en orbite le satellite :

- la **phase de ………………**
où la trajectoire est une orbite basse elliptique ou circulaire noté 1
avec $h_1 << R_T$
- la **phase de ………………**
où la trajectoire est elliptique impulsée par une vitesse $\vec{v}'$,
- la **phase de ………………**
où la trajectoire est souvent circulaire impulsée par une vitesse $\vec{v}''$.

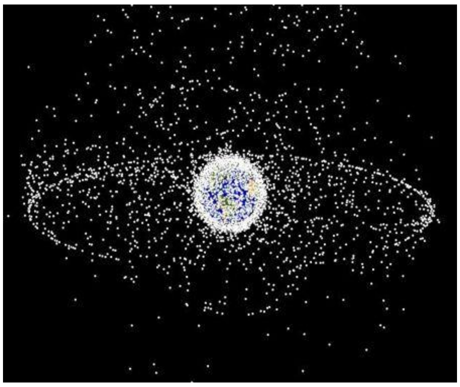


On regroupe parfois les deux premières phases en une seule : la **phase …………………**

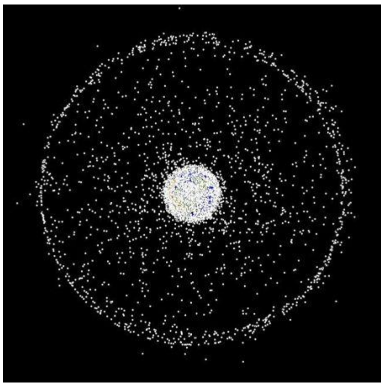
Les vitesses des orbites circulaires v_1 et v_2 sont constantes.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Planetes/transfert.html

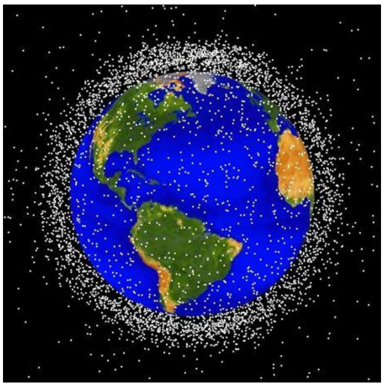
Actuellement, il existe plus de …………… satellites en révolution autour de la Terre sur des trajectoires circulaires ou elliptiques sans compter les débris spatiaux.



Vue extérieure
orbites elliptiques de Molniya



Vue selon l'axe terrestre
orbite géostationnaire



Zoom sur les orbites basses
(250 à 1500 km d'altitude)

L'orbite géostationnaire est fortement encombrée par les satellites de météorologie et de télécommunications. Il existe une Union Internationale des Télécommunications qui gère la présence des satellites sur cette orbite. Les satellites inactifs ou détériorés sont déplacés sur une ……………………… ou ……………………… située un peu au-delà de l'orbite géostationnaire, c'est pourquoi un nombre important de débris gravitent à une altitude entre …………… et …………… km, donc à plus de 200 km de l'orbite géostationnaire.

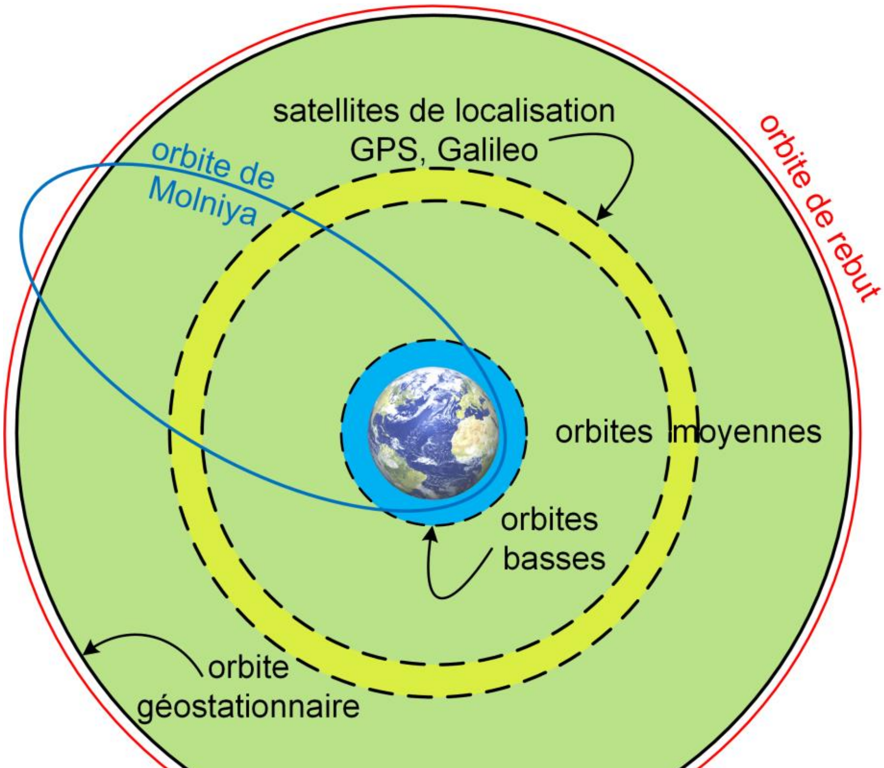


schéma à peu près à l'échelle

Table des matières