

Chapitre I

Optique géométrique

Les ondes électromagnétiques sont étudiées explicitement en optique ondulatoire.

Pour étudier la lumière de façon simplifiée, on utilise **l'optique géométrique** qui permet de s'absoudre d'expressions mathématiques complexes au profit de schémas et de relations simples en milieu (changement de milieu, miroirs, lentilles, fibre optique).

Collège (cycle 4)

- Modèle du rayon lumineux.
- Distinguer une source primaire (objet lumineux) d'un objet diffusant.

Seconde

- Propagation rectiligne de la lumière.
- Vitesse de propagation de la lumière dans le vide ou dans l'air.
- Lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction.
- Indice optique d'un milieu matériel.
- Lentilles, modèle de la lentille mince convergente : foyers, distance focale.
- Modèle de l'œil réduit.

Première (spé)

- Relation de conjugaison d'une lentille mince convergente.
- Grandissement.
- Image réelle, image virtuelle, image droite, image renversée.

Terminale (spé)

- Modèle optique d'une lunette astronomique avec objectif et oculaire convergents.
- Grossissement.
- Représenter le schéma d'une lunette afocale modélisée par deux lentilles convergentes.

Grandeurs principales : (S.I. pour Système International)

Grandeur physique	Symbole	Unité (Unité du S.I.)	Dimension	Apparition
angle	$i, r, \text{etc...}$			Cycle 3 (6 ^{ème})
indice de réfraction				2 ^{nde}
distance focale				2 ^{nde}
longueur algébrique	\overline{HA}			2 ^{nde} , 1 ^{ère}

S.I. : T : temps, L : longueur, M : masse, I : intensité, Θ : température, N : quantité de matière

MATHS

- Géométrie, fractions, racines carrées, valeurs algébriques

I. De la source à la géométrie

La lumière est une onde électromagnétique (EM) créée par une **source** selon un procédé physico-chimique (liste non exhaustive) :

- radioactivité pour le Soleil
- chauffage d'un filament pour une lampe
- bioluminescence pour les lucioles

Tout ce que peuvent voir nos yeux constitue une **source** (objets, personnes, murs, etc...). Ils absorbent la lumière de la source primaire et en général, la diffuse dans toutes les directions : on dit de manière

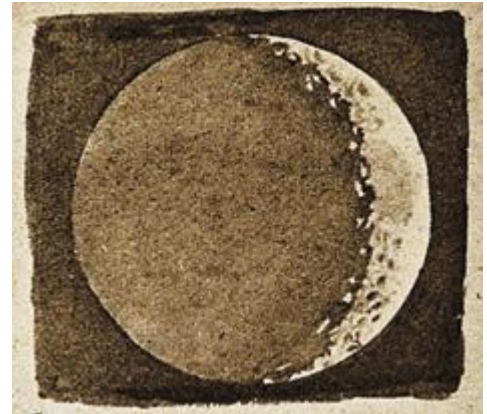
Salviati : Sur le dessin de Galilée, on remarque que la face sombre de la Lune est plus claire que le ciel noir de la nuit et c'est bien sûr parce que la Terre éclaire aussi la Lune.

Simplicius : Mais la Terre n'émet pas de lumière, comment peut-elle éclairer la Lune ?

Sagredo : Il semble que *Simplicius* n'ait pas compris la notion de source secondaire. Tout comme la Lune, la Terre aussi est éclairée par le Soleil et diffuse sa lumière vers la Lune. La Lune semble être un mauvais exemple de source secondaire car elle laisse penser qu'une source secondaire, c'est assez rare or tout ce qu'on voit est une source secondaire.

Salviati : Nos yeux n'envoient pas de rayon laser sur les objets pour les voir. La lumière venant d'une source primaire est diffusé par l'objet jusqu'à nos yeux, ainsi on voit l'objet.

Galilée, *Sidereus Nuncius*, 1610



A. Sources ponctuelles

Une **source ponctuelle** est une source dont la taille est devant les longueurs caractéristiques du système étudié. Aucune source n'est rigoureusement ponctuelle tout comme aucun système en mécanique n'est ponctuel, il s'agit donc d'une modélisation.

Exemples :

Calculer les rapports de taille en respectant les chiffres significatifs.

source	Soleil	Sirius (Grand Chien)	laser (He-Ne)
taille de la source	diamètre $\phi = 1,393 \cdot 10^6$ km	diamètre $\phi = 2,38 \cdot 10^6$ km	ouverture $w = 1$ mm
taille du système étudié	distance Terre-Soleil : $D = 1,496 \cdot 10^8$ km	distance Terre-Sirius : $D = 8,55$ al*	instrument optique : de l'ordre du mètre
rapport en %			

* une année lumière = 1 al = $9,46 \cdot 10^{15}$ m

Depuis la Terre, peuvent être considérées sans équivoque comme des sources ponctuelles. La plus petite ouverture existante, celle d'un, peut être considérée comme ponctuelle pour des mesures jusqu'à une précision à 0,1% près, de même pour le Soleil jusqu'à 1%. Une source qui n'est pas considérée comme ponctuelle est dite **étendue**.

Le trajet de la lumière dépend du dans lequel elle se propage.

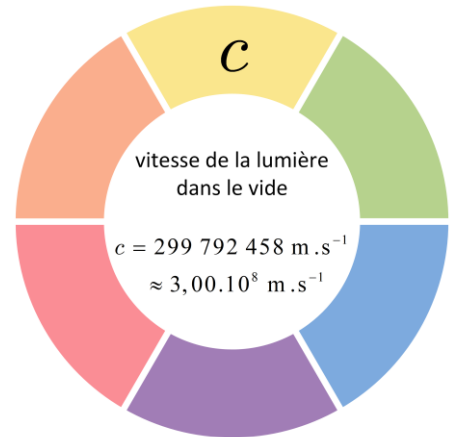
B. Indice de réfraction

L'**indice de réfraction** n est une grandeur physique sans unité caractéristique d'un milieu transparent dans lequel se propage une onde électromagnétique tel que :

$$n = \frac{c}{v}$$

Puisque $v \leq c$, alors

où c est la vitesse de la lumière étudiée dans le vide, v sa vitesse dans le milieu.



A priori, l'indice n peut dépendre de l'espace, on parle d'inhomogénéité du milieu ou de la dans laquelle se propage la lumière, on parle d'anisotropie du milieu.

Dans un milieu transparent, homogène et isotrope, l'indice est une Exemples :

milieu transparent	air	eau	verre	diamant
indice n	\approx	\approx	\approx	$\approx 2,4$

A. Notion de rayon lumineux

Approximation de l'optique géométrique :

.....

.....

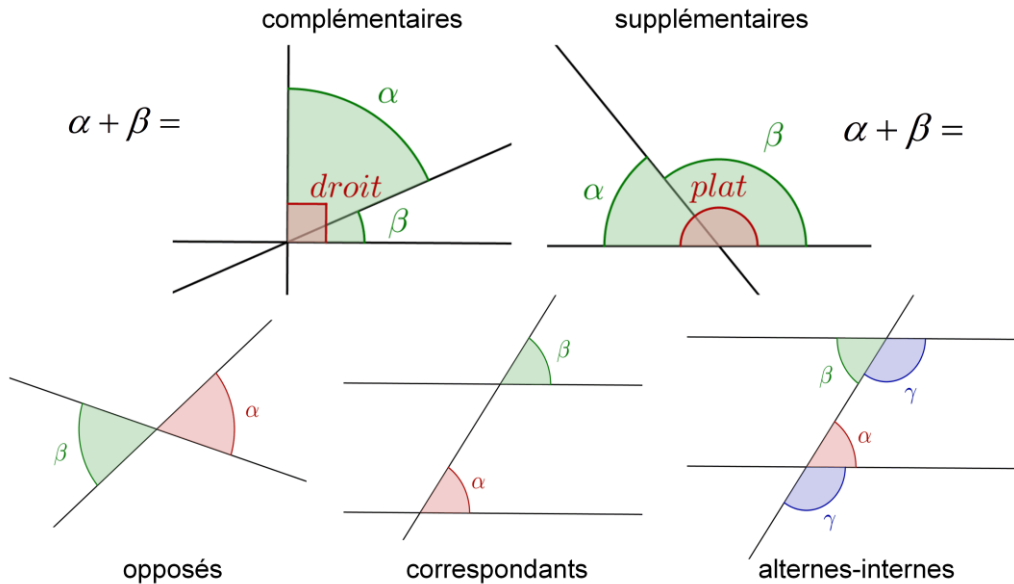
Dans la réalité, il est impossible d'obtenir un unique rayon lumineux quelle que soit la source. On ne peut se restreindre qu'à un **lumineux** i.e. un ensemble de rayons lumineux se propageant dans la même direction. Lorsque le faisceau est considéré comme peu étendu, on parle de **pinceau lumineux**.

II. La réflexion

On s'intéresse à la réflexion sur un objet réfléchissant (miroir, métal poli, vitre, etc...). Si la totalité de l'onde est réfléchi, il y a Sinon, la réflexion est, une partie de l'onde est réfléchi, l'autre est transmise dans ou à travers l'objet.

A. Géométrie élémentaire

Notre monde possède à 4 dimensions : 3 spatiales et 1 temporelle. Un point n'a pas de dimension 0D, une droite a, un plan a Il faut 2 points pour définir une, il faut 3 points ou 2 droites pour définir un *Rappels sur les angles :*

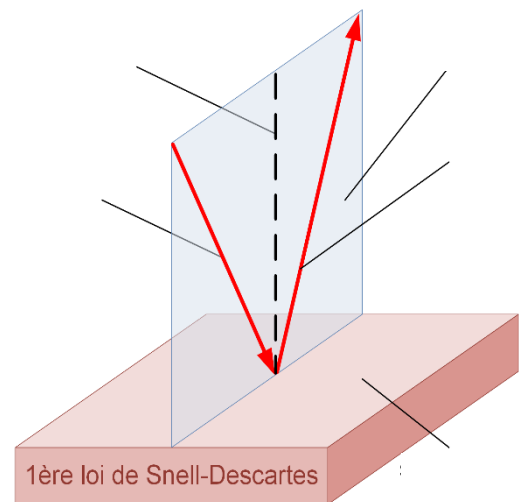


Soit une **surface réfléchissante** qu'on supposera plane pour faciliter la description.

Une droite orthogonale (ou perpendiculaire) à un plan est appelée **normale** à ce plan.

La normale à cette surface se trace **en pointillés**.

Soit un rayon lumineux issu d'une source (primaire ou secondaire) arrivant sur la surface au point où est définie la normale. Ce rayon est appelé **rayon incident**. Le point d'intersection entre la normale et le rayon incident est



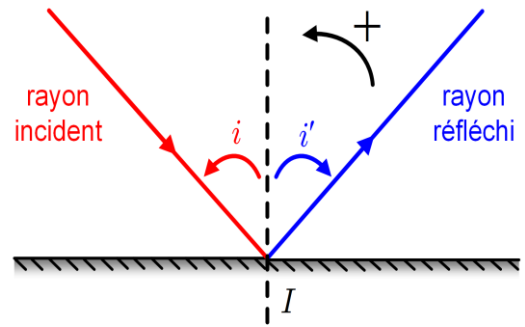
On définit le comme le plan formé par le rayon incident et la normale à la surface. On définit comme l'angle formé par la normale et le rayon incident. On le note i .

B. Lois de la réflexion (Snell & Descartes, 1621 & 1637)

Soit i' l'**angle de réflexion** défini entre le **rayon réfléchi** et la normale à la surface.

- 1^{ère} loi de la réflexion :
- 2^{ème} loi de la réflexion : L'angle réfléchi est "égal" à l'angle d'incidence : $i' = -i$.

Un angle dans le sens est compté positivement, négativement dans le sens
 Les angles i et i' sont habituellement **orientés** à partir de la i.e. $i > 0$ et $i' < 0$ et donc $i' = -i$.



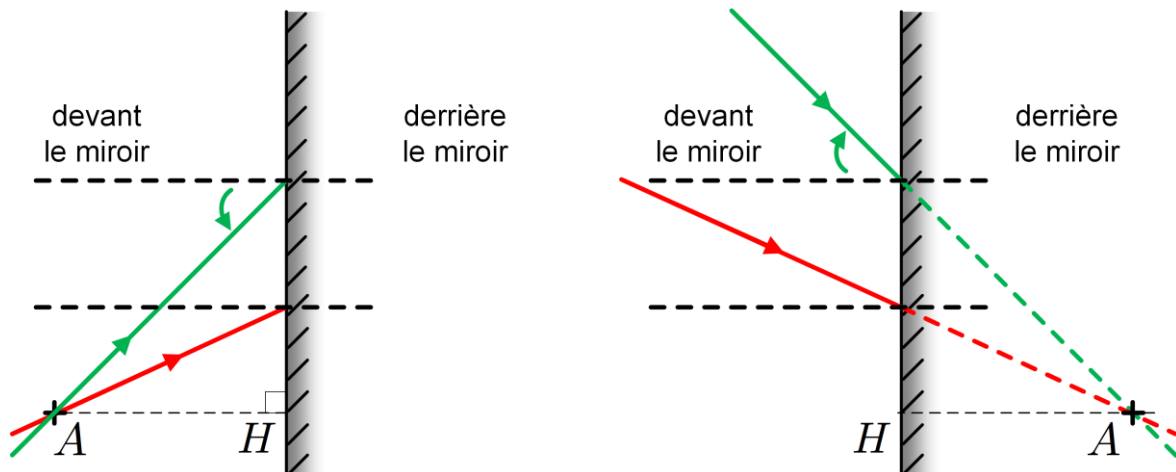
Salviati : Dans les exercices, attention aux signes...

C . Le miroir plan

L'étude du miroir présent dans chaque salle de bain utilise les lois de la réflexion de Snell-Descartes. Soit un point A considéré comme source lumineuse, souvent qui émet ou diffuse la lumière dans toutes les directions.

Mais on s'intéresse surtout à la lumière émise en direction du miroir :

- 1) On trace 2 rayons incidents issus de A qui sont réfléchis par le miroir dans le plan d'incidence et tels que l'angle d'incidence soit égal et opposé à l'angle réfléchi.
- 2) On prolonge les 2 rayons réfléchis qui se coupent en un point A' .



Les rayons incidents se coupent au **point**, ici noté A .

Les rayons réfléchis se coupent au **point**, ici noté A' , image de A par le miroir.

Quel que soit le rayon incident issue de A , le rayon réfléchi correspondant, le miroir plan est donc un système **stigmatique** où le stigmatisme est(cas idéal).

L'intersection de rayons (en traits pleins) est un point

L'intersection de rayons (en pointillés) est un point

Dans la construction de gauche : A est un objet réel, A' une image virtuelle

Un point sur les longueurs algébriques : $HA = HA'$ mais $\overline{HA} \dots \overline{HA'}$ car $\overline{HA} < 0$

Dans la construction de droite : A est un objet virtuel, A' une image réelle

Un point sur les longueurs algébriques : $HA = HA'$ mais $\overline{HA} \dots \overline{HA'}$ car $\overline{HA} < 0$

Pour un miroir plan, l'objet et l'image sont **symétriques** par rapport au miroir.

Principe du retour inverse de la lumière :

Le sens de parcours de la lumière n'est pas Si la lumière peut se propager de A vers B, alors elle doit pouvoir

III . La réfraction

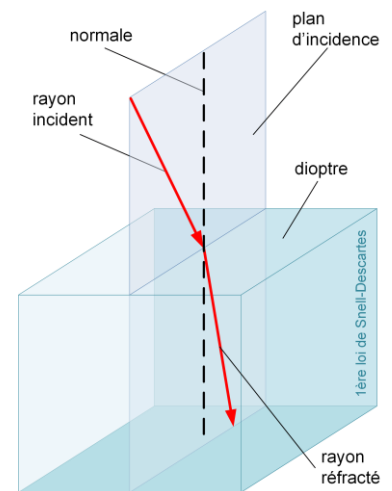
On s'intéresse au cas où la réflexion est partielle et où une partie de l'onde est transmise et passe d'un milieu à un autre.

La **réfraction** est la déviation de la lumière au changement de milieu. La surface n'est plus réfléchissante mais **séparatrice** de 2 milieux d'indice n_1 et n_2 . On parle d'..... ou de Le plan d'incidence ne change pas de définition.



A . Lois de la réfraction (Snell & Descartes, 1621 & 1637)

Soit r l'**angle de réfraction** défini entre le **rayon réfracté** et la normale à la surface.



Le milieu qui a l'indice n le plus grand est le milieu le plus **réfringent**. Plus le milieu est réfringent, plus le rayon **se rapproche de la normale**, plus l'angle r est petit.

1^{ère} loi de la réfraction :
2^{ème} loi de la réfraction :

S'il y a **réfraction** quels que soient n_1 et n_2 , ⇔

Si $i=0$ alors : lorsque le rayon arrive orthogonal au dioptré, il n'est

B . Angle limite, réflexion totale

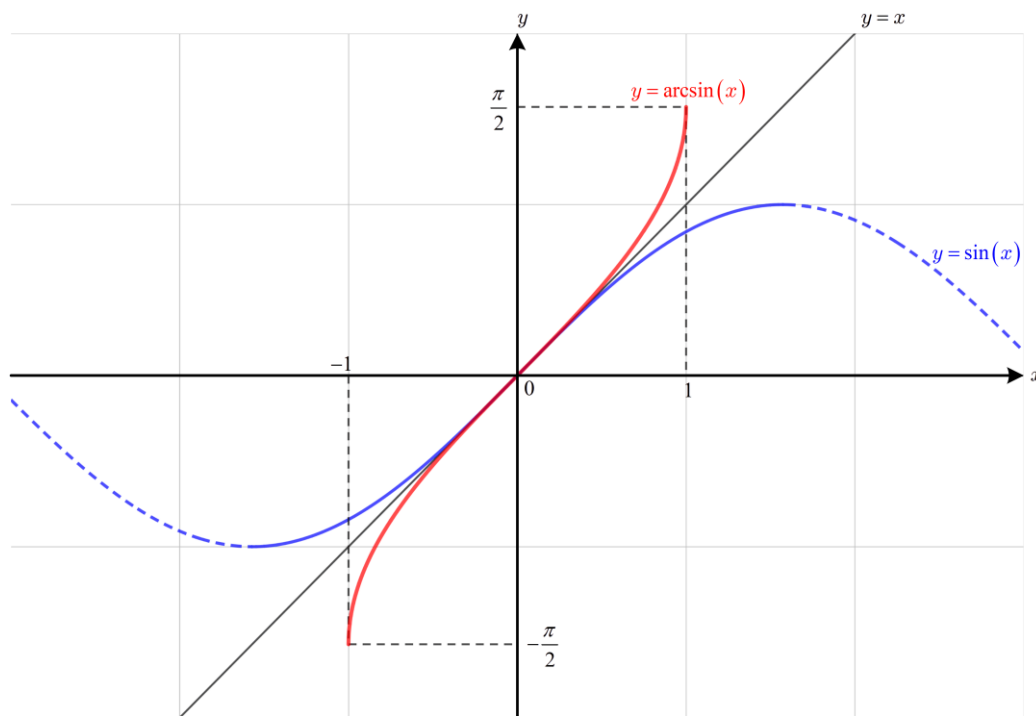
Objectif : Décrire et comprendre le phénomène observé sur la photo ci-contre.

Sous l'eau, le ciel est visible jusqu'à un certain angle au-delà duquel on ne peut plus l'observer. Au-delà de cet **angle limite**, on observe au niveau de la surface, ce qui semble être la réflexion des fonds marins.



La **disjonction de cas** va être importante ici qu'on aille de l'air vers l'eau ou qu'on aille de l'eau vers l'air.

La fonction **arcsinus** est la fonction du sinus qui donne l'angle à partir du sinus de l'angle. Cette fonction est définie sur $[-1,1]$, c'est très important pour la suite.



➤ *Dioptre **air/eau** avec n_1 l'indice de l'air, n_2 l'indice de l'eau tel que $n_2 > n_1$:*

C'est le cas **facile** où la formule $r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right)$ fonctionne pour toute valeur de i .

En effet, si $i \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ alors $\sin i \in [-1,1]$

Et comme $n_2 > n_1$, alors $\frac{n_1}{n_2} \dots 1$ et $\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i\right) \dots \dots \dots$

La valeur **maximale** de r correspond à $i = \frac{\pi}{2}$:

$$\boxed{r_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)} = \dots \approx \dots$$

r_{lim} est appelé **angle de réfraction limite**.

Salviati : Toujours choisir n_1 pour l'incidence (entrée) et n_2 pour l'émergence (sortie).

➤ *Dioptr*e **eau/air** avec n_1 l'indice de l'eau, n_2 l'indice de l'air tel que $n_1 > n_2$:

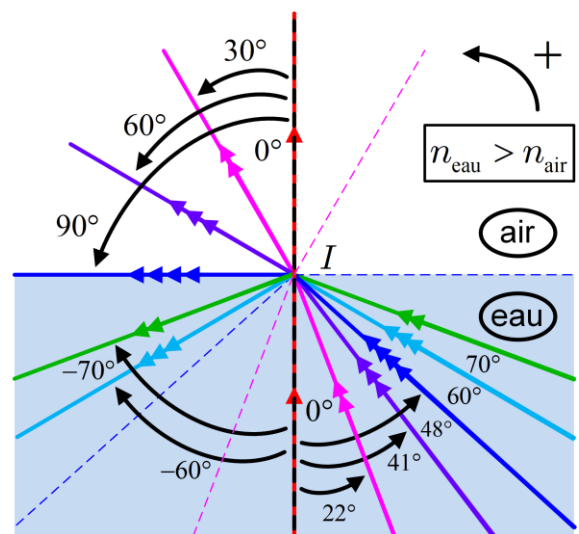
Ce n'est plus si facile car cette fois, $n_1 > n_2$, alors $\frac{n_1}{n_2} \dots 1$ et donc on peut avoir $\frac{n_1}{n_2} \sin i \dots 1$.

Mathématiquement, l'intervalle de définition de la fonction arcsinus est $[-1, 1]$ donc :

Pour le dioptr

e eau/air, $\begin{cases} n_1 = \dots\dots\dots \\ n_2 = \dots\dots\dots \end{cases}$, $\dots\dots < i < \dots\dots \Leftrightarrow \boxed{< i < \dots\dots}$ où $i_{lim} = \boxed{\dots\dots}$

S'il y a réfraction, l'angle d'incidence i doit être compris entre $[-i_{lim}, i_{lim}]$



D'après le principe de retour inverse de la lumière, si la lumière se propage **de l'eau vers l'air** alors il ne peut pas y avoir de rayon réfracté si l'angle d'incidence $i > i_{lim}$. Ce rayon incident **provenant de l'eau** ne pouvant être réfracté sera :

Il y a réflexion totale d'un milieu 1 vers un milieu 2 sous deux conditions :
Les indices sont tels que et l'angle d'incidence est tel que $i > \dots\dots\dots$

Salviati : Oui, r_{lim} et i_{lim} sont bien les mêmes angles, on a juste inversé les indices 1 et 2.

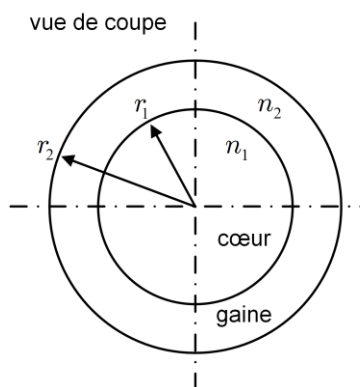
Explication du phénomène sous-marin :

Jusqu'à un certain angle, les rayons issus du ciel sont en direction de l'œil (cas au point I). Les rayons rasants la surface de l'eau peuvent parvenir jusqu'à l'œil lorsqu'on observe cette surface jusqu'à une certaine distance de l'observateur (cas au point I').

Au-delà, les rayons issus du ciel ne peuvent plus arriver jusqu'à l'œil même s'ils sont rasants, seuls les rayons provenant de l'eau avec des angles importants par rapport à la surface sont observés (cas au point I'').

C . La fibre optique

La fibre optique est un **guide d'ondes** électromagnétiques. Pour une fibre optique à saut d'indice, la lumière se propage à travers par réflexions totales successives. On note n_0 l'indice du milieu extérieur, qui vaut à peu près 1 puisqu'il s'agit de l'air. La fibre possède une symétrie cylindrique, elle est composée d'un **cœur** de rayon r_1 d'indice n_1 et d'une **gaine** de rayon r_2 d'indice n_2 . Le cœur et la gaine sont des milieux transparents homogènes et isotropes sur lesquelles on peut appliquer les lois de l'optique géométrique.



Puisque $n_0 \approx 1$, $n_1 > n_0$ et $n_2 > n_0$.

Pour permettre les réflexions totales successives, $n_1 > n_2$ donc $n_1 > n_2 > n_0$

Soit θ_0 l'angle d'incidence en I_0 , **positif**, à l'entrée de la fibre. *A priori*, cet angle θ_0 peut prendre toutes les valeurs possibles entre 0 et $\pi/2$ puisque la lumière va en entrant dans la fibre avec un angle θ_1 .

Cependant, en I_1 , on souhaite une réflexion totale donc seules certaines valeurs de i_1 vont respecter cette condition, par conséquent,

Objectif : Déterminer les valeurs possibles de θ_0 et la durée t du trajet de la lumière.

1. Cône d'acceptance

Orienté par rapport à la normale, $i_1 < 0$. La condition de réflexion totale s'écrit donc :

$$\dots > \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \Leftrightarrow \sin \dots > \frac{n_2}{n_1}$$

Salviati : Il faut éviter de travailler avec des angles négatifs sauf si l'énoncé de l'exercice l'impose car comme déjà prévenu en haut de la page 5, cela peut engendrer des erreurs...

@**Simplicius** Vous pouvez utiliser $-i_1$ à la place de $|i_1|$ mais à vos risques et périls.

 **Utiliser le formulaire de trigonométrie** 

Soit I le point d'intersection entre les normales passant par I_0 et par I_1 .

Dans le triangle II_0I_1 :

Or $\cos^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_1 = 1 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \dots$

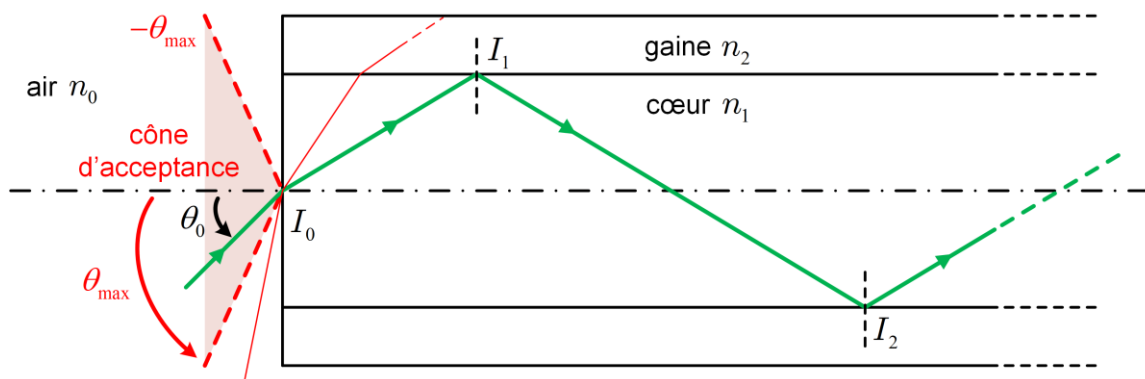
Et comme $\theta_1 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $\cos \theta_1 \dots 0$ alors on garde la racine positive et $\sin |i_1| =$

La réfraction en I_0 donne

La condition de réflexion totale donne donc : $\sqrt{\dots} >$ et on extrait θ_0 :

D'où $\theta_0 < \theta_{\max}$ avec $\theta_{\max} =$

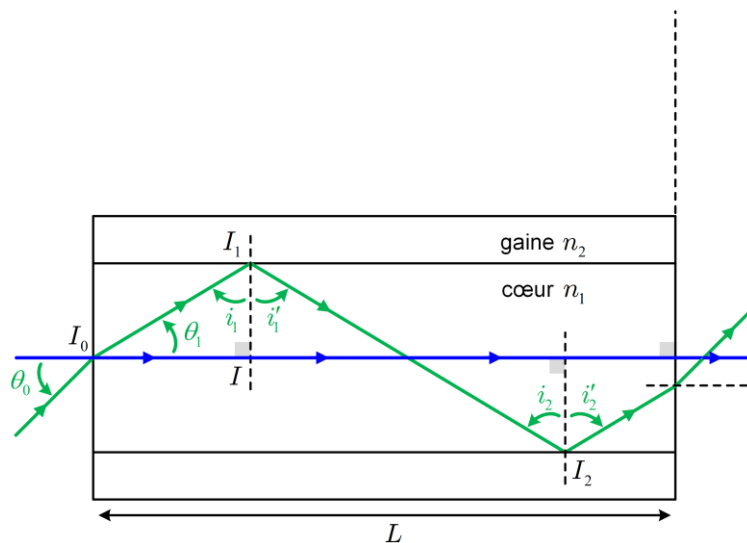
On aurait pu choisir $\theta_0 < 0$ et dans ce cas, le rayon incident serait arriver au-dessus de la normale, cela conduit par un calcul similaire à $\theta_0 > \dots$ donc finalement, $\dots < \theta_0 < \dots$



Les valeurs possibles de θ_0 entre et définissent un **cône d'acceptance** *i.e.* une zone d'incidence dans laquelle les rayons doivent se trouver pour permettre les réflexions totales et ainsi la propagation de la lumière dans la fibre optique.

2. Dispersion intermodale

Même si tous les rayons vont à la vitesse $v = \dots$ dans le cœur de la fibre, ils ne sortent pas tous de la fibre en même temps selon l'angle d'incidence θ_0 . Soit L la longueur de la fibre, le temps minimum t_{\min} pour traverser la fibre correspond à $\theta_0 = 0$.



Puisque la vitesse est constante, on peut utiliser la relation simple : $t_{\min} =$

Chaque trajet différent pour chaque valeur de θ_0 est appelé un **mode**, il y a donc une infinité de modes. Par exemple, $\theta_0 = 0$ correspond au mode, mode le plus "rapide".

Géométriquement, on reproduit les segments de trajet sur une même hypoténuse et en prolongeant la sortie, on obtient l'intersection avec l'hypoténuse notée I_s . Pour un mode

quelconque, la durée du trajet vaut $t = \dots = n_1 \dots$. Dans le grand triangle rectangle :

$$\cos \theta_1 = \dots \Leftrightarrow I_0 I_s = \dots \text{ or } \cos \theta_1 = \sin |i_1| = \sqrt{\dots} \text{ donc :}$$

$t =$

Le mode le plus "lent" correspond à $t_{\max} =$

Mais au lieu de remplacer θ_{\max} par sa valeur, il est plus simple d'utiliser la condition limite de réflexion totale en haut de la page 10 qui est telle que $\sin|i_1| = \frac{n_2}{n_1}$ pour l'angle θ_{\max} .

$$t_{\max} =$$

@Simplicius, @Sagredo Remplacer θ_{\max} pour vérifier le calcul de t_{\max} est une bonne idée.

Les rayons lumineux n'appartenant pas tous au même mode *i.e.* n'arrivant pas tous en même temps à la sortie de la fibre, les signaux transportés par la lumière dans la fibre arrivent légèrement dispersés, c'est le phénomène de

On mesure la dispersion intermodale par la durée Δt entre le mode le plus "lent" et le mode le plus "rapide" tel que $\Delta t = t_{\max} - t_{\min} =$

$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{L}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

Exemple d'application numérique : $n_1 = 1,47$, $n_2 = 1,40$, $L = 10$ km donc $\Delta t = \dots\dots\dots \mu s$.

IV . Les lentilles minces

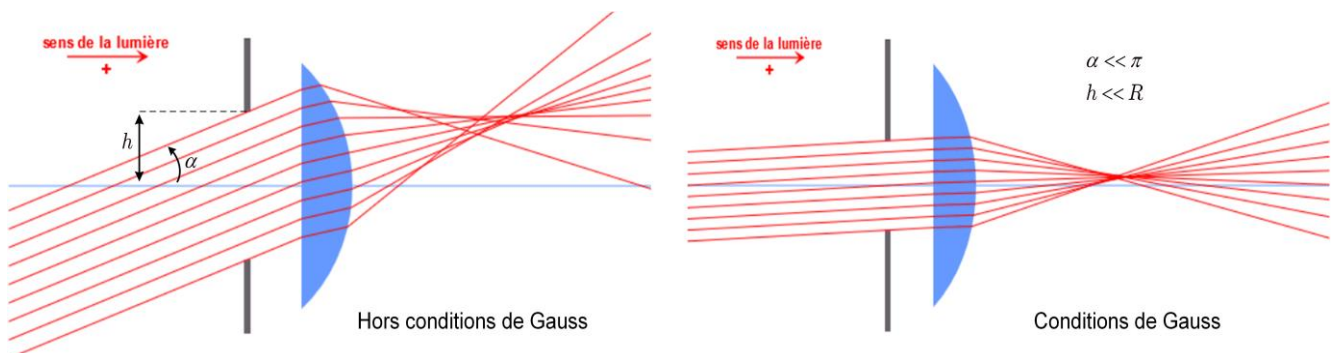
Une **lentille** est un milieu transparent, homogène et isotrope délimités par 2 dioptries sphériques OU un dioptrie plan et un dioptrie sphérique. On considère que ces lentilles admettent une symétrie de révolution autour d'un axe appelé

A . Conditions de Gauss (1828)

Une lentille convergente, plan-convexe par exemple, ne fait pas converger les faisceaux venant de l'infini en un point, il n'y a pas

Cela signifie qu'un point ne donne pas un point contrairement au miroir plan (page 5) *i.e.* L'image d'un objet derrière une lentille paraîtra, quel que soit la position de l'œil ou d'un écran.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php



Pour obtenir une image nette quelque part, pour avoir stigmatisme, il faut se trouver dans les **conditions de Gauss** *i.e.*

- (angle d'incidence faible, $\alpha \ll \pi$)
- (taille du diaphragme faible, $h \ll R$)

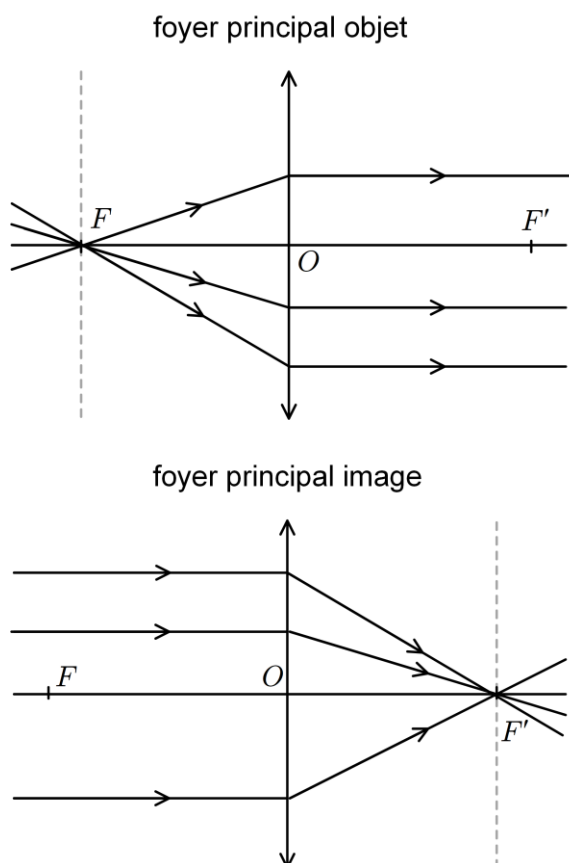
Dans les conditions de Gauss, l'ouverture du diaphragme est petite devant le rayon du dioptre air/verre ou verre/air. On élimine ainsi une partie des aberrations optiques qui détériorent la qualité d'une image. Les lentilles ont alors un stigmatisme

Chaque point objet A possède un **point image conjugué** A' .

On note $A \xrightarrow{L} A'$ (A' est l'image de A par la lentille L)

B. Construction optique

Le **centre optique** d'une lentille mince est le point d'intersection O entre le symbole de la lentille et l'axe optique. Les faisceaux lumineux passant par le centre optique ne sont, c'est très utile pour les constructions.



➤ Le **foyer principal objet** est le point F de l'axe optique pour lequel l'image est à l'infini *i.e.* les faisceaux émergents sortent de la lentille parallèles à l'axe optique : $\dots \xrightarrow{L} \dots$

➤ Le **foyer principal image** est le point F' de l'axe optique pour lequel l'objet est à l'infini *i.e.* les faisceaux incidents arrivent sur la lentille parallèles à l'axe optique : $\dots \xrightarrow{L} \dots$

- Un **foyer secondaire objet** est un point Φ pour lequel les faisceaux émergents ressortent de la lentille **parallèles entre eux**. Ils appartiennent tous au plan focal objet (PFO) dont la projection est la droite perpendiculaire à l'axe optique et passant par F .
 - Un **foyer secondaire image** est un point Φ' pour lequel les faisceaux incidents arrivent de la lentille **parallèles entre eux**. Ils appartiennent tous au plan focal image (PFI) dont la projection est la droite perpendiculaire à l'axe optique et passant par F' .
- Toutes ces définitions sont identiques pour une lentille convergente ou divergente.

On note $f = \overline{OF}$ la **distance focale objet** et $f' =$ la

.....

@**Simplicius** Ne pas confondre les points F, F' (maju.) avec les distances f, f' (minu.)

Pour une lentille convergente, $f \dots 0$ et $f' \dots 0$. Pour une lentille divergente, $f \dots 0$ et $f' \dots 0$

$$\boxed{\overline{OF'} = -\overline{OF} \Leftrightarrow \dots = \dots}$$

La **vergence** d'une lentille est l'inverse de la distance focale image :

$$\boxed{V = \frac{1}{f'}}$$

La vergence se mesure en, elle est du signe de f' .

Comment construire l'image A' d'un point A par une lentille convergente ?

- On trace un faisceau incident issu de A .
- On trace le faisceau parallèle au faisceau issu de A passant par O qui n'est pas dévié.
- On trace l'intersection Φ' entre le faisceau passant par O et la droite \perp axe passant par F' .
- On trace un faisceau émergent issu de A passant par Φ' qui coupe l'axe optique en A' .

https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/foyer_secondaire.php

C . Relations fondamentales

Dans les conditions de Gauss, l'image $A'B'$ d'un objet AB (segment de droite) par une lentille mince s'obtient en traçant 2 des rayons issus de B parmi les 3 suivants :

- le rayon passant par O non dévié par la lentille
- le rayon passant par F sortant parallèle à l'axe optique
- le rayon parallèle à l'axe optique passant par B puis par F' après réfraction

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/construction_lentille.php

L'image $A'B'$ est, et (voir page 5 pour virtuel)

On définit le **grandissement transversal** : $\gamma_A =$ (lentille mince)

1. Relation de Newton (*Optiks*, 1704)

D'après le théorème de Thalès dans les triangles $A'B'F'$ et OIF' : $\gamma_A =$

D'après le théorème de Thalès dans les triangles ABF et OJF : $\gamma_A =$

En utilisant les égalités du grandissement γ , on aboutit à la relation de Newton :

$$\boxed{\overline{FA} \times \overline{F'A'} = \dots\dots = \dots\dots} \text{ (Newton)}$$

2. Relation de Descartes (*Dioptrique*, 1637)

On utilise la relation de Chasles avec O :

On développe et on simplifie :

On simplifie et on fait apparaître f' :

On divise tout par $f' \times \overline{OA} \times \overline{OA'}$ et on simplifie : $\frac{1}{f'} - \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = 0$ et en réarrangeant :

$$\boxed{\dots\dots\dots} \text{ (Descartes)}$$

Comme A' est le conjugué de A par la lentille, on parle de **relation de conjugaison**.

3. Condition de formation d'une image

On s'intéresse à une lentille **convergente** et on cherche à savoir où placer la lentille entre un objet AB et un écran E sur lequel on souhaite une image $A'B'$ nette sachant que la distance D entre l'objet et l'image est **fixe**. Soit x la distance entre l'objet et la lentille.

La relation de Newton n'a pas d'intérêt ici, on utilise la relation de Descartes :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow$$

d'où (équation du 2nd degré)

On calcule $\Delta = \dots\dots\dots$ Les solutions dépendent du signe de

➤ Si $\Delta < 0$, $D < \dots\dots$ alors position ne permet d'avoir une image.

On ne peut pas projeter l'image de AB avec cette lentille. A'B' n'existe pas.

➤ Si $\Delta = 0$, $D = \dots\dots$ alors position permet d'avoir une image nette à $x = \text{---}$

La lentille est de l'objet et de l'image qui sont d'ailleurs ($\gamma = 1$).

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.html

➤ Si $\Delta > 0$, $D > \dots\dots$ alors permettent d'avoir une image nette.

Ces 2 positions sont symétriques par rapport au milieu de D :

$$x_1 = \frac{D + \sqrt{\dots\dots\dots}}{2} = \frac{D}{2} \left(1 + \sqrt{\dots\dots\dots} \right) \text{ et } x_2 =$$

Condition de formation d'une image :

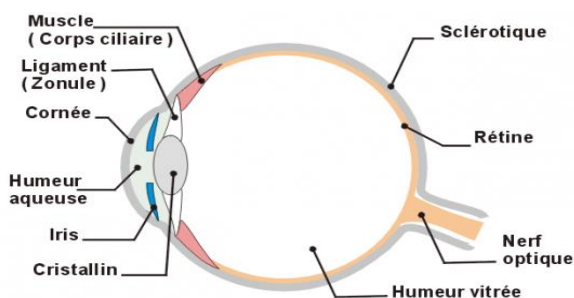
Pour former une image réelle d'un objet réel par une lentille convergente, il faut que

V. Les applications

Il existe de très nombreux **systèmes centrés** qui utilisent les formules précédentes pour différents usages (téléscope, microscope, lunettes, appareil photo, œil, etc...).

A. L'œil humain

L'œil peut être assimilé à une lentille mince convergente, le cristallin, de distance focale **variable** et d'un capteur **fixe**, la rétine, qui transmet ensuite l'information au cerveau.



C'est un modèle simplifié qui ne tient pas compte de l'humeur vitrée ($n=1,34$), de la courbure de l'œil, de la cornée qui est un dioptre sphérique ($f'=2,3\text{ cm}$), etc... La distance cristallin-rétine normale vaut $1,67\text{ cm}$. Pour voir net les objets près, l'œil : sa distance focale f' diminue grâce aux muscles qui forcent le cristallin à se contracter.

Le **punctum remotum** qu'on notera P_R est le point le plus loin que l'on puisse voir **sans** accommodation. Le **punctum proximum** qu'on notera P_P est

➤ L'œil normal doit voir à **l'infini** sans accommoder sinon, il est myope, on cherche f'_{pr} .

La relation de Descartes donne $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_{pr}}$ où $\overline{OA} = \overline{OP_R} = \dots$ et $\overline{OA'} = \dots$

$$\lim_{OA \rightarrow +\infty} \frac{1}{OA} = \dots \text{ donc } \frac{1}{OA'} = \frac{1}{\dots} \Leftrightarrow f'_{pr} = \dots$$

Un point objet à l'infini converge en et se projette sur la rétine en donc

La distance focale de l'œil **au repos** *i.e.* sans accommoder, vaut $f'_{pr} = \dots$

➤ L'œil normal doit voir net à **15,0 cm**, on cherche f'_{pp} .

La relation de Descartes donne $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_{pp}}$ où $\overline{OA} = \overline{OP_P} = \dots$ et $\overline{OA'} = \dots$

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_{pp}} \Leftrightarrow f'_{pp} = \dots$$

L'intervalle pour la distance focale f' de l'œil humain est comprise entre et cm.

L'intervalle de **vergence** de l'œil humain est telle que $< V < \dots$ (arrondis !).

La plage d'accommodation de l'œil est donc $\Delta V = V_{pp} - V_{pr} = \dots$. Retenir une valeur de 6.

La **limite de résolution** de l'œil ou pouvoir séparateur est l'angle minimum ε selon lequel l'œil sera capable de distinguer 2 points objets ; la distance qu'on notera δ entre 2 cellules détectrices vaut environ $5\ \mu\text{m}$.

Géométriquement : $\tan(\varepsilon) = \frac{\dots}{\dots}$

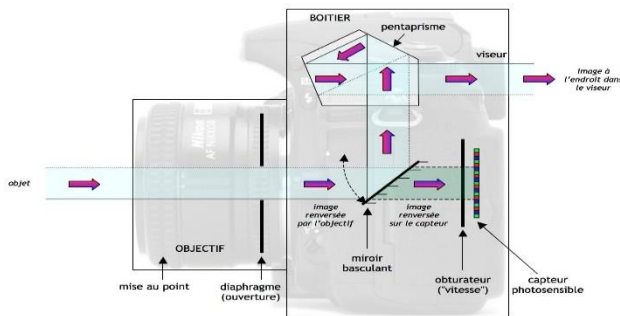
D'où $\varepsilon = \arctan\left(\frac{\dots}{\dots}\right) = \arctan\left(\frac{\dots}{\dots}\right) = \dots^\circ$

En général, on exprime cette résolution en minutes d'angle ($\times 60$) : $\varepsilon \approx 1$ minute d'angle.

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/instruments/correction.html

B. L'appareil photo

On le modélise comme l'œil par un système diaphragme / lentille convergente / écran :



Lorsque l'image est nette sur le capteur, on dit qu'on a fait la mise au point.

L'image obtenue par un appareil photo numérique dépend en partie de :

- 1) La focale (distance focale f') :
- 2) La durée d'exposition (temps de pose τ) :
- 3) Le diaphragme (ouverture $D = f'/N$) :

1. Influence sur la formation des images

➤ La focale est la **distance focale** de l'objectif assimilable à une lentille convergente.



On rappelle $\gamma_A = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p}$ avec $\boxed{\dots = \dots}$ et $\boxed{\dots = \dots}$

La relation de Descartes donne : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{\dots} = \frac{1}{\dots} \Leftrightarrow \boxed{p' = \dots} \Leftrightarrow \frac{p'}{p} = \gamma =$

Pour une même image sur le capteur donc un même $\overline{A'B'}$ et à une même distance de l'objet donc un même \overline{OA} , plus \overline{AB} est grand, plus γ doit être, plus f' doit être

Plus la focale est courte, plus l'objet peut être (paysage, grand monument, etc...).
 Plus la focale est longue, plus l'objet peut être (fleurs, personne, etc...) : **zoom !**

➤ Le **temps de pose** est la durée pendant laquelle le capteur est exposée à la lumière.

Pour la photo d'un objet en mouvement, il faut un temps très court comme 1/1000 s.

Pour une photo de nuit, il faut un temps plus long jusqu'à une seconde pour éviter une image trop sombre. On parle aussi de durée d'exposition ou de "vitesse" d'obturation.



Comme la quantité de lumière qui entre dans l'appareil dépend à la fois du diaphragme et du temps de pose, il existe des équivalents pour garder la même luminosité.

Focale Ouverture Profondeur de champ.mp4

➤ L'**ouverture** de l'objectif est la taille d'entrée de la lumière dans l'appareil photo. L'ouverture s'exprime par la relation $D = \dots / \dots$ où N est appelé nombre d'ouverture.

2. Profondeur de champ

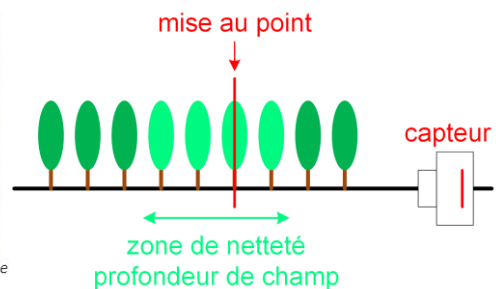
La **profondeur de champ** est de l'image le long de l'axe optique.



Une grande ouverture (f/2.8) provoque une faible profondeur de champ



Une petite ouverture (f/16) provoque une grande profondeur de champ



Objectif : déterminer des expressions de la profondeur de champ

La profondeur de champ dépend de l'ouverture D mais aussi de la taille du capteur δ . On trace les faisceaux **limites** issus d'un point qui vont jusqu'au capteur *i.e.* les faisceaux qui ne sont pas stoppés par l'ouverture. La mise au point est faite sur le point A .

Si tous les rayons lumineux issus d'un seul point objet arrivent sur le capteur alors l'image paraîtra net, c'est le cas du point M .

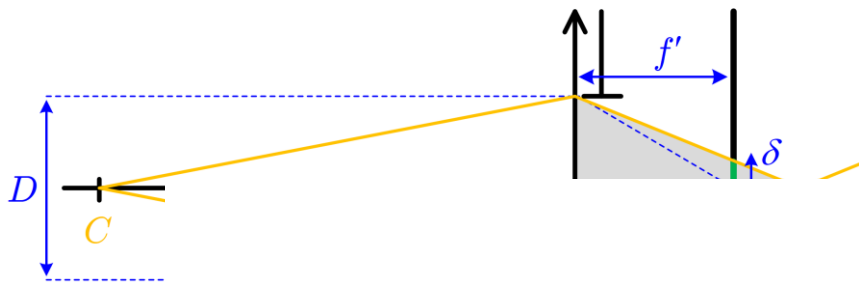
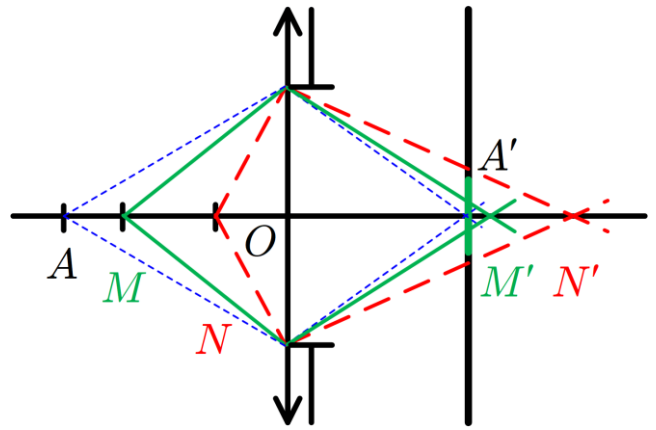
Mais si certains rayons "débordent" du capteur alors l'image paraîtra floue car ils seront vus par 2 capteurs différents, c'est le cas du point N . La taille δ du capteur est aussi appelé

.....

Lorsque la mise au point est faite sur l'infini donc lorsque A est à l'infini, la zone de netteté s'arrête jusqu'à un point qu'on appellera C (voir ci-dessous).

Devant ce point C , tout est flou.

On cherche la longueur OC du segment sur lequel on ne peut pas avoir d'image nette d'un objet, cette longueur s'appelle distance **hyperfocale** notée h .



Dans le triangle gris, le théorème de Thalès donne : $\frac{\delta}{D} =$

On isole OC' :

car $\overline{OC'} > 0$ et $OF' = \overline{OF'} = f' > 0$

Descartes :

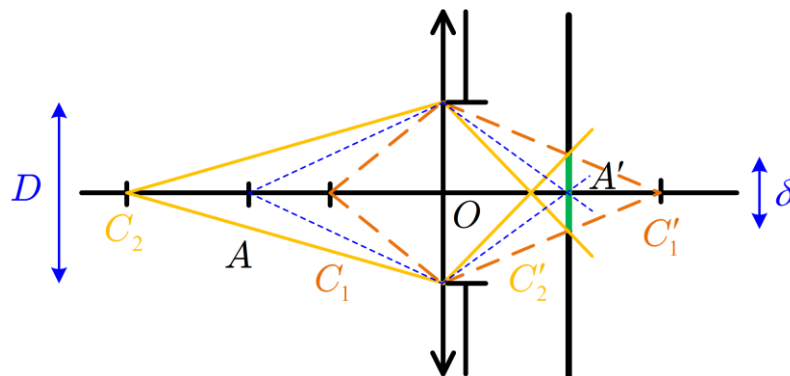
or $\overline{OC} < 0$ donc :

$h = OC =$	(distance hyperfocale)
------------	------------------------

Sur cette expression, on voit que $D \nearrow \Rightarrow h \dots\dots$, plus l'ouverture D est grande, plus la distance h où l'image est floue

Application numérique : $f' = 50$ mm, $D = f'/5,6 = 8,93$ mm, $\delta = 30$ μ m donc $h \approx \dots\dots\dots$

Cas général :



Objectif : Déterminer la profondeur de champ qui est la distance C_1C_2 .

On note $\boxed{p_1 = \overline{OC_1}}$ et $\boxed{p'_1 = \overline{OC'_1}}$. D'après l'encadré de la page 19 : $p' =$ et $p'_1 =$

Théorème de Thalès :

Même dénominateur :

On isole p_1 :

On note $\boxed{p_2 = \overline{OC_2}}$ et $\boxed{p'_2 = \overline{OC'_2}}$. D'après l'encadré page 19 : $p' =$ et $p'_2 =$

Théorème de : $\frac{\delta}{D} = \frac{C'_2 A'}{-OC'_2} = \frac{-OC'_2}{\overline{OC'_2}} - 1 = -1 = \text{---} \times \text{---} - 1$

...

On isole p_2 : ...

La profondeur de champ s'écrit donc $C_1 C_2 = p_1 - p_2$ car $p_1 > p_2$, ce sont des nombres négatifs.

Au même dénominateur qui est une identité remarquable :

$$C_1 C_2 = \frac{\quad}{h^2 - (f' + p)^2} \Leftrightarrow \boxed{C_1 C_2 = \quad}$$

On peut vérifier qu'une expression difficile semble correcte de plusieurs manières :

➤ Les unités : , le résultat est bien

➤ Le signe :

➤ L'expression : $\frac{dC_1 C_2}{dh} =$

On a vu que $D \nearrow \Rightarrow h \dots$ et comme la dérivée est, $h \nearrow \Rightarrow C_1 C_2 \dots$

Plus l'ouverture D est grande, plus la profondeur de champ $C_1 C_2$

Salviati : $\frac{dC_1 C_2}{dh}$ est plus pratique à écrire et à comprendre que $C_1 C_2'(h)$.

VI . Limites de l'optique géométrique

Salviati : L'aspect mathématique de l'optique géométrique paraît simple, il s'agit de jouer avec des angles, des fractions ou des racines carrées et les formules comme la relation de conjugaison de Descartes sont toujours données aux concours. Et c'est dans cette apparente simplicité que réside la grande difficulté de ce domaine de la physique, on ne peut pas se raccrocher à un raisonnement mathématique où on peut dérouler les calculs, on doit construire des raisonnements physiques. Un bon schéma reste un bon point de départ.



Culture scientifique :

Phénomènes optiques non expliqués par l'optique géométrique :

- (effets quantiques, déviation gravitationnelle)
- (prisme, réseau, diffusion de Rayleigh, diffusion de Mie)
- (absorption, loi de Beer-Lambert, onde évanescente)
- (propagation courbée : mirages, fibres optiques à gradient d'indice)
- (milieux translucides, ondes radio émises par une antenne)
- (ondes stationnaires, diffraction, interférences à deux ondes ?)

Certains de ces phénomènes ont été vus au lycée ou seront vus dans le chapitre suivant, d'autres seront développés en 2^{ème} année.

Table des matières

I . De la source à la géométrie	2
A . Sources ponctuelles	2
B . Indice de réfraction	3
A . Notion de rayon lumineux	3
II . La réflexion	3
A . Géométrie élémentaire	4
B . Lois de la réflexion (Snell & Descartes, 1621 & 1637)	4
C . Le miroir plan	5
III . La réfraction	6
A . Lois de la réfraction (Snell & Descartes, 1621 & 1637)	6
B . Angle limite, réflexion totale	6
C . La fibre optique	9
1 . Cône d'acceptance	10
2 . Dispersion intermodale	11
IV . Les lentilles minces	12
A . Conditions de Gauss (1828)	12
B . Construction optique	13
C . Relations fondamentales	15
1 . Relation de Newton (<i>Optiks</i> , 1704)	16
2 . Relation de Descartes (<i>Dioptrique</i> , 1637)	16
3 . Condition de formation d'une image	16
V . Les applications	17
A . L'œil humain	17
B . L'appareil photo	19
1 . Influence sur la formation des images	19
2 . Profondeur de champ	20
VI . Limites de l'optique géométrique	23
Table des matières	24